

وزارة التربية الوطنية		الديوان الوطني للتعليم و التكوين عن بعد	
حل 7			
المستوى : 3 ثانوي		الشعبة : ع. ط. ح + ع. د	

حل التمرين الأول : (4 نقاط)

لدينا : (أ ، ب)

$$1^{-9}10 + \dots + 2^2 10 + 10 + 1 = أ$$

$$ب = 1 + 5 + 5 + \dots + 5^{1-9}$$

(1) حساب العددين أ ، ب بدلالة 9 :

نلاحظ أن العدد أ هو مجموع متتالية هندسية حدها الأول ي₀ = 1 وأساسها 10.

نلاحظ أن العدد ب هو مجموع متتالية هندسية حدها الأول ي₀ = 1 وأساسها 5.

$$\text{وبالتالي عبارة المجموع هي : } \text{مجم } n = \text{ي} \left(\frac{1 - 10^{1+n}}{1 - 10} \right)_0$$

$$\text{أو } \text{مجم } n = \text{ي} \left(\frac{1 - 5^{1+n}}{1 - 5} \right)_0$$

وبالتالي تصبح :

$$أ = \frac{1 - 10^9}{1 - 10} = \frac{1 - 10^9}{9}$$

$$\text{ومنه } أ = \frac{1 - 10^9}{9} \quad (1)$$

$$ب = \frac{1 - 5^9}{1 - 5} = \frac{1 - 5^9}{4}$$

$$ب = \frac{1 - 5^9}{4} \quad (1)$$

(2) حساب بدلالة ن العدد (أ - ب) :

$$أ - ب = \frac{1 - 10^9}{9} - \frac{1 - 5^9}{4}$$

$$أ - ب = \frac{4(1 - 10^9) - 9(1 - 5^9)}{36}$$

$$أ - ب = \frac{4 - 4 \times 10^9 - 9 + 9 \times 5^9}{36} = \frac{5^9 \times 9 - 10^9 \times 4 + 5 - 5}{36} \quad (1)$$

إستنتاج أنه : $\forall n \in \mathbb{N}^* : 0 = 5 + 9 \times 5^n - 10 \times 4$

$$\text{من العلاقة الأخيرة } أ - ب = \frac{5 + 9 \times 5^9 - 10 \times 4}{36} = 36 = (أ - ب) \times 36 = 5 + 9 \times 5^9 - 10 \times 4$$

وبالتالي $36 = 5 + 9 \times 5^9 - 10 \times 4 = (أ - ب) \times 36$

وزارة التربية الوطنية		الديوان الوطني للتعليم و التكوين عن بعد
حل 7-		المادة: الرياضيات
المستوى : 3 ثانوي		الشعبة : ع. ط. ح + ع. د

وبما أن $36 \equiv (أ - ب) \pmod{0}$ [3]

نستنتج أن $\forall x \in \mathbb{Z} : * 10 \times 4 \equiv 9 \times 5 \pmod{0}$ [3] (1)

حل التمرين الثاني : (4 نقاط)

لدينا تا(ص) = $ص^3 + 2ص^2 + (-5 + 4ت) + 12 - 21 - ت$ *

(1) إثبات أن المعادلة تا(ص) = 0 تقبل حلاً حقيقياً ص₀ المطلوب تعيينه :

ليكن لدينا ص₀ هو الحل الحقيقي الصرف إذن نستطيع أن نكتب

** $ص^3 + 2ص^2 + (-5 + 4ت) + 12 - 21 - ت$ ص₀

$$ص_0^3 + 2ص_0^2 + (-5 + 4ت) + 12 - 21 - ت = 0$$

$$\Leftrightarrow ص_0^3 + 2ص_0^2 - 5 + 4ت + 12 - 21 - ت = 0$$

$$ص_0^3 + 2ص_0^2 - 9 + 3ت = 0$$

لكي يكون الحل حقيقياً صرفاً يجب أن يتحقق :

$$4ص_0^3 - 9 = 0 \Leftrightarrow ص_0 = \frac{12}{4}$$

$$\Leftrightarrow ص_0 = 3 \quad (1)$$

(2) حل في م المعادلة تا(ص) = 0

بما أن المعادلة تحقق جذراً حقيقياً بحثاً إذن نكتب المعادلة السابقة كما يلي :

$$ص(3 - ص)(ص^2 + 2ص + 3 - ت) = 0$$

$$ص = 0 \vee 3 - ص = 0 \vee ص^2 + 2ص + 3 - ت = 0$$

$$ص = 0 \vee 3 - ص = 0 \vee (ص + 3 - ت) + 2ص = 0$$

بالمطابقة مع المعادلة * * نجد :

$$\boxed{1 = 1}$$

$$\boxed{4 = 4} \Leftrightarrow 1 = 1 \Leftrightarrow 3 - ب = 1 \Leftrightarrow 4 = ب$$

$$\left. \begin{aligned} 3 - ب &= 1 \Leftrightarrow 3 - ب = 1 \Leftrightarrow 3 - ب = 1 \Leftrightarrow 3 - ب = 1 \\ 3 - ب &= 1 \Leftrightarrow 3 - ب = 1 \Leftrightarrow 3 - ب = 1 \Leftrightarrow 3 - ب = 1 \end{aligned} \right\}$$

$$3 - ب = 1 \Leftrightarrow 3 - ب = 1 \Leftrightarrow 3 - ب = 1 \Leftrightarrow 3 - ب = 1$$

$$\Leftrightarrow 3 - ب = 1 \Leftrightarrow 3 - ب = 1 \Leftrightarrow 3 - ب = 1 \Leftrightarrow 3 - ب = 1$$

(1) وبالتالي تصبح المعادلة : $ص(3 - ص)(ص^2 + 2ص + 3 - ت) = 0$

$$\Leftrightarrow 0 = (ص + 4 + 7 + ت)(3 - ص)$$

وزارة التربية الوطنية		الديوان الوطني للتعليم و التكوين عن بعد
حل 7		المادة: الرياضيات
المستوى : 3 ثانوي		الشعبة : ع. ط. ح + ع. د

لحل هذه المعادلة :

$$\text{لدينا إما (ص - 3) = 0} \Leftrightarrow \text{ص} = 3 \text{ وجدناه سابقاً}$$

$$\text{أو } \text{ص}^2 + 4\text{ص} + 7 + 4 = 0$$

$$\Delta = (4)^2 - 4(1)(7) = 16 - 28 = -12$$

$$\Delta = -12 - 16 = -28$$

$$\Delta = -12 - 16 = -28$$

نبحث عن الجذور التربيعية للمميز

$$\Delta = (\text{س} + \text{ت})^2$$

$$\text{أي } 16 - 12 = (\text{س} + \text{ت})^2 \text{ ومنه } 16 - 12 = (\text{س} - 2)^2 + (\text{ت} - 2)^2$$

$$\left. \begin{array}{l} (1) \dots\dots\dots 12 = \text{س}^2 - 2\text{س} + 4 \\ (2) \dots\dots\dots 16 = 2\text{س} + \text{ت}^2 \end{array} \right\}$$

$$(3) \dots\dots\dots 20 = \text{س}^2 + \text{ت}^2 \Leftrightarrow \sqrt{256 + 144} = \sqrt{\text{س}^2 + \text{ت}^2}$$

$$\boxed{\text{س} = 2 \pm}$$

بجمع (1) + (3) نحصل على $2\text{س}^2 = 8 \Leftrightarrow \text{س}^2 = 4$
وبالتالي من (2) نحصل على ع كما يلي :

$$\boxed{4 = \text{ع}} \quad \text{إذا كان : } \text{س} = 2 \Leftrightarrow 2(2) = 4 \Leftrightarrow 16 = \text{ع}$$

$$\boxed{4 = -\text{ع}} \quad \text{إذا كان : } \text{س} = -2 \Leftrightarrow 2(2) = 4 \Leftrightarrow 16 = -\text{ع}$$

هناك جذران للمميز وهما : $2 + 4$ ، $2 - 4$

ومنه جذراً المعادلة $\text{ص}^2 + 4\text{ص} + 7 + 4 = 0$

$$\text{ص}_1 = \frac{-4 - 2 + 4}{2} = -1$$

$$\text{ص}_2 = \frac{-4 - 2 + 4}{2} = -1$$

ومنه :

$$(1) \quad \boxed{\text{ص}_1 = -1} \quad \text{و} \quad (1) \quad \boxed{\text{ص}_2 = -1}$$

حل التمرين الثالث : (12 نقاط)

(1) دراسة تغيرات الدالة تا :

$$\text{لدينا تا (س) = } 2\text{س}^2 + 4 - \text{س}$$

وزارة التربية الوطنية		الديوان الوطني للتعليم و التكوين عن بعد
حل 7		المادة: الرياضيات
المستوى : 3 ثانوي		الشعبة : ع. ط. ح + ع. د

* مجموعة التعريف :

(0.5) ف تا = $]-\infty, +\infty[$

* النهايات :

$$\boxed{\infty-} = 0 - 4 + (\infty-) \times 2 = (\infty- - 4 + 2\infty-) \text{ نها } \begin{matrix} \infty- \\ \infty- \end{matrix}$$

(0.5) $\boxed{\infty-} = \text{نها تا (س)}$

$$\infty- = \left(\frac{\infty-}{\infty+} - \frac{4}{\infty+} + 2 \right) \text{ نها } \begin{matrix} \infty- \\ \infty+ \end{matrix} = (\infty- - 4 + 2\infty+) \text{ نها } \begin{matrix} \infty- \\ \infty+ \end{matrix}$$

(1) $\boxed{\infty-} = \text{نها تا (س)}$

* حساب المشتق ودراسته : $\forall s \in F$

تا (س) = $2s - 4 + s = 3s - 4$

تا (س) = $2s - 1$

ومنه $\boxed{\text{تا (س)} = 2s - 2}$

دراسة إشارة المشتق :

تا (س) = 0 $\Leftrightarrow 2s - 2 = 0 \Leftrightarrow s = 1$

(1) $\Leftrightarrow s = 1$ لأن لو $s = 1$

تا (س) > 0 $\Leftrightarrow s > 1$ (لأن $2s - 2 > 0 \Leftrightarrow s > 1$)

تا (س) < 0 $\Leftrightarrow s < 1$ (لأن $2s - 2 < 0 \Leftrightarrow s < 1$)

حساب تا (لو) = $2(2) - 4 + 2(2) = 2 + 2(2) = 6$

جدول التغيرات : (3)

$\infty+$	لو	$\infty-$	س
	-	+	تا (س)
	2		تا (س)
	$2 + 2(2)$		
	=		
	3.4		
$\infty-$		$\infty-$	

وزارة التربية الوطنية		الديوان الوطني للتعليم و التكوين عن بعد
حل 7		المادة : الرياضيات
المستوى : 3 ثانوي		الشعبة : ع. ط. ح + ع. د

نقاط التقاطع مع المحاور :

مع س م س :

$$0 = 2s - 4 + s \Leftrightarrow 0 = 3s - 4 \Rightarrow s = \frac{4}{3}$$

الحل موجود في السؤال 4

* نقاط التقاطع مع ع م غ نضع س = 0

$$\Leftrightarrow 3 = 1 - 4 = -3 \Rightarrow \text{نقطة } (0, -3)$$

$$\text{نقطة } (0, 3) \text{ ومنه ن } (3, 0)$$

2- تبيان أن المنحنى (ي) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) مع دراسة وضعية المنحنى (ي) بالنسبة للمستقيم Δ

* المنحنى (ي) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) ، مع دراسة وضعية المنحنى (ي) بالنسبة للمستقيم (Δ)

* المنحنى (ي) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) معادلته ع = $2s + ب$

في جوار $(\infty+)$

$$2 = \frac{2s - 4 + s}{s} = \frac{3s - 4}{s} \Rightarrow 2s = 3s - 4 \Rightarrow s = 4$$

اذن (ي) يقبل فرع قطع مكافئ باتجاه $(\infty+)$ (م \leftarrow ي)

في جوار $(\infty-)$

$$2 = \frac{2s - 4 + s}{s} = \frac{3s - 4}{s} \Rightarrow 2s = 3s - 4 \Rightarrow s = 4$$

وبالتالي في جوار $(\infty-)$

$$ب = \text{نها } (2s - 4 + s) = \text{نها } (3s - 4) = 3 \times 4 - 4 = 8$$

$$4 = \text{نها } (3s - 4) = 3 \times 4 - 4 = 8$$

إذن معادلة المستقيم المقارب المائل (Δ) هي ع = $2s + 4$ (1)

* دراسة وضعية المنحنى (ي) مع المستقيم المقارب المائل (Δ)

$$\text{تا(س)} - ع = 2s - 4 + s - (2s + 4) = -8$$

$$\text{تا(س)} - ع = -8 < 0 \Rightarrow \text{تا(س)} < ع \Rightarrow \text{نقطة } (3, 0) \text{ تحت } (\Delta) \text{ دوماً}$$

3 - كتابة معادلة المماس (ق) للمنحنى (ي) في النقطة $(3, 0)$

$$\text{هي من الشكل : تا(س)} - \text{تا(س)} = \text{تا(س)} - \text{تا(س)} = 0$$

وزارة التربية الوطنية		الديوان الوطني للتعليم و التكوين عن بعد	
حل 7			
المستوى : 3 ثانوي		الشعبة : ع. ط. ح + ع. د	

$$\Leftrightarrow ع_3 = ت_0(س - س_0) + ت_0(س_0)$$

$$ع_3 = ت_0(س - س_0) + ت_0(س_0)$$

$$\Leftrightarrow ع_3 = ت_0(س - س_0) + ت_0(س_0)$$

$$\Leftrightarrow ع_3 = 3 + س_0$$

$$\Leftrightarrow ع_3 = 3 + س_0 \quad (1)$$

$$(4) \text{ تا } (2) - 2 = 4 + (2) - 2$$

$$\text{تا } (2) - 4 + 4 = 2 - 2$$

$$(0.5) \quad \boxed{\text{تا } (2) - 8 = 2 - 2}$$

$$\text{تا } (2) - 4 + \left(\frac{5}{2}\right)2 = \left(\frac{5}{2}\right)$$

$$(0.5) \quad \boxed{\text{تا } (2) - 9 = \left(\frac{5}{2}\right)}$$

• تبين أن المعادلة تا(س) = 0 تقبل حلاً محصوراً بين 2 و $\frac{5}{2}$:

يجب أن تحقق شروط القيم المتوسطة:

$$(1) \text{ الدالة تا مستمرة على المجال } \left[\frac{5}{2}, 2 \right] \quad (0.25)$$

$$(2) \text{ الدالة تا متناقصة تماماً على المجال } \left[\frac{5}{2}, 2 \right] \quad (0.25)$$

$$(3) \text{ الجداء تا}(2) \times \text{تا}\left(\frac{5}{2}\right) > 0 \quad (0.5)$$

و بمأن (1) و (2) محققان و من (3) نجد:

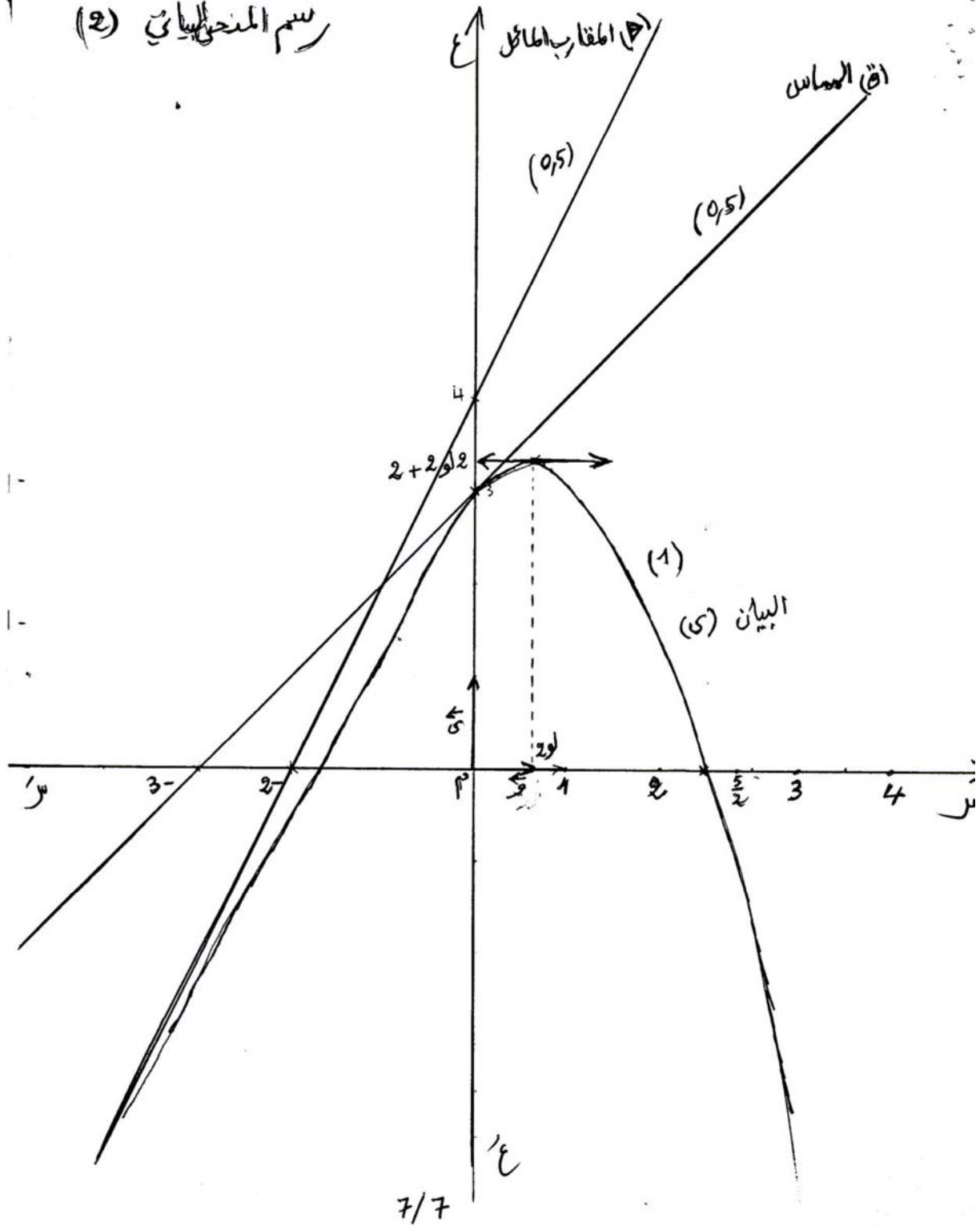
$$\text{تا}(2) \times \text{تا}\left(\frac{5}{2}\right) = (2 - 9) - (8 - 2.5) = -7 - 5.5 = -12.5 < 0$$

$$\text{تا}\left(\frac{5}{2}\right) - (2 - 9) = 2.5 - (-7) = 9.5 > 0 \quad \text{و} \quad \text{تا}(2) - (8 - 2) = -6 < 0$$

$$\text{و بمأن} \text{تا}(2) \times \text{تا}\left(\frac{5}{2}\right) > 0$$

اذن الشروط الثلاثة محققة و منه تا(س) = 0 تقبل حلاً في المجال $\left[\frac{5}{2}, 2 \right]$

رسم المنحنى البياني (2)



7/7