

الديوان الوطني للتعليم و التكوين عن بعد		وزارة التربية الوطنية
حل 3		
المادة : الرياضيات	الشعبة : ع . ط . ح	المستوى : 3 ثانوي

التمرين الأول : (4 نقط).

$$[5] 1 \equiv 4^2, [5] 3 \equiv 3^2, [5] 4 \equiv 2^2, [5] 2 \equiv 1^2 * 1$$

بواقي قسمة 2 على 5 من أجل : ن = 1 أو ن = 2 أو ن = 3 أو ن = 4 هي 1 و 3 و 4 على الترتيب .

$$\bullet [5] 1 \equiv 1^3, [5] 3 \equiv 3^3, [5] 4 \equiv 2^3, [5] 2 \equiv 4^3$$

بواقي قسمة 3 على 5 من أجل : ن = 1 أو ن = 2 أو ن = 3 أو ن = 4 هي 1 و 2 و 3 و 4 على الترتيب

$$* \text{ من أجل ن = 4 و ك } \Rightarrow \text{ط : } [5] 1 \equiv 4^2 \text{ و } [5] 1 \equiv 3^4$$

$$* \text{ من أجل ن = 4 ك + 1 و ك } \Rightarrow \text{ط : } [5] 2 \equiv 1^{4+1} \text{ و } [5] 3 \equiv 4^{1+4}$$

$$* \text{ من أجل ن = 4 ك + 2 و ك } \Rightarrow \text{ط : } [5] 4 \equiv 2^{4+2} \text{ و } [5] 4 \equiv 3^{2+4}$$

$$* \text{ من أجل ن = 4 ك + 3 و ك } \Rightarrow \text{ط : } [5] 3 \equiv 2^{4+3} \text{ و } [5] 2 \equiv 4^{3+4}$$

$$2. \text{ (أ) } [4] 2 \equiv 14 \text{ و منه } [5] 4 \equiv 14^2 \text{ (باقي قسمة } 2^{14} \text{ على 5 هو 4)}$$

$$[4] 2 = 10 \text{ و منه } [5] 4 = 10^3 \text{ (باقي قسمة } 3^{10} \text{ على 5 هو 4)}$$

$$\text{ب) } \forall \text{ ن } \Rightarrow \text{ط : } [5] 3 \equiv 1^{4+3} \text{ و منه } [5] 3 \times 2 \equiv 1^{4+3} \times 2$$

$$\forall \text{ ن } \Rightarrow \text{ط : } [5] 1 \equiv 4^2.$$

$$\text{إذن } \forall \text{ ن } \Rightarrow \text{ط : } [5] 1 - 3 \times 2 \equiv 4^2 - 1^{4+3} \times 2$$

$$\text{أي } \forall \text{ ن } \Rightarrow \text{ط : } [5] 0 \equiv 4^2 - 1^{4+3} \times 2 \text{ (أي العدد المعتبر يقبل القسمة على 5)}$$

التمرين الثاني : (4 نقط)

$$\alpha = \sqrt{2} - \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{2}$$

$$\text{حساب } \alpha^2 : \alpha^2 = (\sqrt{2} - \sqrt{2})^2 + (\sqrt{2} - \sqrt{2})^2 - 2(\sqrt{2} - \sqrt{2})(\sqrt{2} - \sqrt{2})$$

$$= 2 - 2 + 2 - 2 + 2 = 2 \alpha^2 = 2(\sqrt{2} - \sqrt{2})^2 \text{ أي } \alpha^2 = 2 - 2 + 2 + 2 = 4$$

$$\text{حساب } \alpha^4 : \alpha^4 = (\alpha^2)^2 = (2)^2 = 4 \alpha^4 = 4 \text{ أي } \alpha^4 = 16 \text{ ت}$$

حساب طويلة و عمدة α^4 :

$$\alpha^4 = 16 \Leftrightarrow (1 + 0) \text{ ت} \Leftrightarrow 16 = 4 \alpha^4 \text{ (تجب } + \frac{\pi}{2} \text{ . جب } \frac{\pi}{2})$$

$$\text{ومنه } |\alpha^4| = 16 \text{ وعمدة } \alpha^4 \text{ هي } \frac{\pi}{2} [2 \pi]$$

الديوان الوطني للتعليم و التكوين عن بعد		وزارة التربية الوطنية
حل 3		
المادة : الرياضيات	الشعبة : ع . ط . ح + ع . د	المستوى : 3 ثانوي

حساب طولية و عمدة α :

$$2 = \sqrt{6} = |\alpha|$$

لتكن θ عمدة α لدينا : $\frac{\pi}{2} \equiv \theta 4 \equiv [\pi 2]$ أي $2 + \frac{\pi}{2} = \theta 4$ وك \exists ص

$$\frac{\pi k}{2} + \frac{\pi}{8} = \theta \quad \text{وك } \exists \text{ ص مع } \theta \in [0, 2\pi].$$

لدينا : $\alpha = 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 0$ الجزء الحقيقي عدد موجب و الجزء التخيلي سالب

$$\frac{\pi 3}{2} > \theta > \frac{\pi 2}{2} \quad \text{أي} \quad \frac{\pi 3}{2} > \frac{\pi k}{2} + \frac{\pi}{8} > \frac{\pi 2}{2}$$

$$\frac{3}{2} > \frac{k}{2} + \frac{1}{8} > 2 \Leftrightarrow \frac{11}{4} > \frac{k}{4} > \frac{15}{4}$$

العدد الصحيح الوحيد المحصور بين $\frac{11}{4}$ و $\frac{15}{4}$ هو $\frac{12}{4}$ و $\frac{12}{4} = 3$

$$\theta : \frac{\pi 3}{2} + \frac{\pi}{8} \equiv \theta \equiv [\pi 2] \frac{\pi 13}{8} \quad \text{ومنه}$$

$$\alpha \equiv \frac{\pi 13}{8} \equiv [\pi 2]$$

التمرين الثالث : (12 نقطة).

$$T(s) = \frac{s^2 + 2s + 1}{s - 1}$$

1- تعيين مجموعة التعريف : $F = \{s \mid s \neq 1\}$

$$\Leftrightarrow F =]-\infty, 1[\cup]1, +\infty[$$

2- كتابة $T(s)$ دون رمز القيمة المطلقة وتعيين الثوابت θ ، b و a -

$$T(s) = \theta + \frac{a}{s - 1} + \frac{b}{s - 1}$$

$$\forall s \in]-\infty, 1[\cup]1, +\infty[: T(s) = \frac{s^2 + 2s + 1}{s - 1} = \theta + \frac{a}{s - 1} + \frac{b}{s - 1}$$

$$\forall s \in]-\infty, 1[\cup]1, +\infty[: T(s) = \frac{s^2 + 2s + 1}{s - 1} = \theta + \frac{a}{s - 1} + \frac{b}{s - 1}$$

الديوان الوطني للتعليم و التكوين عن بعد		وزارة التربية الوطنية
حل 3		
المادة : الرياضيات	الشعبة : ع. ط. ح + ع. د	المستوى : 3 ثانوي

$$\forall s \in]1, \infty[, \text{تا}(s) = \frac{s+2}{1-s} \text{ أي تا}(s) = s + 2 + \frac{2}{1-s}$$

3. دراسة إستمرارية الدالة من أجل القيمة : $s = 0 = 0$: لدينا تا(0) = 0.

$$\text{نها} \text{تا}(s) = \text{نها}(s-) = 0$$

$$\text{نها} \text{تا}(s) = \text{نها} \text{تا}(s) = 0 = \frac{s-2}{1-s}$$

$$\text{لدينا : } \text{نها} \text{تا}(s) = \text{نها} \text{تا}(s) = \text{تا}(0) = 0.$$

إذن الدالة تا مستمرة عند القيمة $s = 0$.

دراسة قابلية الإستنتاج من أجل القيمة $s = 0$ (س = 0).

$$\text{لنحسب : } \text{نها} \frac{\text{تا}(s) - \text{تا}(s_0)}{s - s_0} \text{ في الحالتين } (s \leftarrow s_0 \text{ و } s \leftarrow s_0)$$

$$\text{لما } s \leftarrow s_0 :$$

$$1 = \frac{\text{نها} \text{تا}(s) - \text{تا}(0)}{\text{نها} s - 0} = \frac{\text{نها} \frac{s-2}{1-s} - 0}{\text{نها} s - 0}$$

$$\text{لما } s \leftarrow s_0 :$$

$$1 = \frac{\text{نها} \text{تا}(s) - \text{تا}(0)}{\text{نها} s - 0} = \frac{\text{نها} \frac{s-2}{1-s} - 0}{\text{نها} s - 0} = \frac{\text{نها} \frac{s-2}{1-s}}{\text{نها} s - 0}$$

النهائيات مختلفتان إذن الدالة تا غير قابلة للإستنتاج من أجل القيمة $s = 0$.

4- دراسة تغيرات الدالة تا :

حساب النهايات :

$$\text{نها} \text{تا}(s) = \text{نها}(s-) = \infty +$$

$$\text{نها} \text{تا}(s) = \text{نها} \frac{s+2}{1-s} = \frac{\text{نها} s+2}{\text{نها} 1-s} = \frac{\infty+2}{\infty-1}$$

$$\text{نها} \text{تا}(s) = \text{نها} \frac{s+2}{1-s} = \frac{\infty+2}{\infty-1} = \frac{\infty}{\infty} = 1$$

$$\text{نها} \text{تا}(s) = \text{نها} \frac{s+2}{1-s} = \frac{\infty+2}{\infty-1} = \frac{\infty}{\infty} = 1$$

الديوان الوطني للتعليم و التكوين عن بعد		وزارة التربية الوطنية
حل 3		
المادة : الرياضيات	الشعبة : ع . ط . ح + ع . د	المستوى : 3 ثانوي

لما س يؤول إلى $\infty+$: المستقيم ذو المعادلة $ع = س + 2$ هو مستقيم مقارب للمنحنى البياني للدالة تا . حساب المشتق و إشارته :

$$\forall س \in]-\infty, 0[: تا'(س) = 1 - = 0 \text{ ومنه } \forall س \in]-\infty, 0[: تا'(س) > 0$$

$$\forall س \in]0, 1[: تا'(س) = 1 - = 0 \text{ أي } تا'(س) < 0$$

$$\forall س \in]1, \infty[: تا'(س) = 1 - = 0 \text{ أي } تا'(س) > 0$$

$$\frac{(س-1)(س+2)}{(س-1)^2} = \frac{2}{(س-1)^2} \Rightarrow س = 1$$

$$\frac{(س-1)(س-2)}{(س-1)^2} = \frac{2}{(س-1)^2} - 1 = 0 \Rightarrow س = 1 \text{ و } س = 3$$

جدول التغيرات :

$\infty+$	$\bar{ق}+1$	1	0	س
	+	0	-	تا'(س)
$\infty+$		$\infty+$	$\infty+$	تغيرات تا
	$\bar{ق}2+3$		0	

الديوان الوطني للتعليم و التكوين عن بعد		وزارة التربية الوطنية
حل 3		
المادة : الرياضيات	الشعبة : ع. ط. ح + ع. د	المستوى : 3 ثانوي

التمثيل البياني :

