اختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (04 نقاط)

من أجل كل عدد طبيعي ن نعتبر العدد $\alpha_{ن}$ حيث : $\alpha_{ن} = 2^{ن+1} + 1$.

1) تحقق أن : $\alpha_{ن+1} = 2\alpha_{ن} - 1$ و استنتج أن العددين $\alpha_{ن}$ ، $\alpha_{ن+1}$ أوليان فيما بينهما .

2) نعتبر العدد $\beta_{ن}$ حيث : $\beta_{ن} - 2\alpha_{ن} = 3$

- ما هي القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين $\alpha_{ن}$ ، $\beta_{ن}$ ؟
- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي ن بواقي قسمة $2^{ن}$ على 3 .

3) عين مجموعة قيم العدد الطبيعي ن التي تجعل $\beta_{ن} \equiv 0 \; [3]$

- استنتج مجموعة قيم العدد الطبيعي ن التي تجعل $\alpha_{ن}$ و $\beta_{ن}$ أوليين فيما بينهما .

التمرين الثاني : (04 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة م المعادلة ذات المجهول ص :

$ص^2 - (2 + ت)ص + 3 + ت = 0$. (ت العدد المركب الذي طويلته 1 و $\frac{\pi}{2}$ عمدة له)

نرمز لحلي هذه المعادلة بـ : $ص_0$ ، $ص_1$ حيث $|ص_0| > |ص_1|$

2) ننسب المستوي إلى معلم متعامد و متجانس ، نعتبر أ ، ب ، جـ نقط المستوي التي لواحقها على الترتيب 1 ، $ص_0$ ، $ص_1$.

- أوجد إحداثيي النقطة هـ مركز ثقل المثلث أ ب جـ .

3) ل التحويل النقطي للمستوي في نفسه الذي يرفق بكل نقطة ن النقطة نَ حيث :

$\overrightarrow{ن نَ} = \overrightarrow{ن أ} + \overrightarrow{ن ب} + \overrightarrow{ن جـ}$.

- بين أن $\overrightarrow{هـ نَ} = -2\overrightarrow{هـ ن}$.
- استنتج طبيعة التحويل ل و عناصره المميزة.
- اكتب العبارة التحليلية للتحويل ل .

4) أَ ، بَ ، جـَ صور النقط أ ، ب ، جـ على الترتيب بالتحويل ل ، بيّن أن النقط أَ ، بَ ، جـَ على استقامة واحدة .

المسألة : (12 نقطة)

I) عا الدالة العددية للمتغير الحقيقي س حيث : عا(س) = (3 − 2 س) $هـ^{س}$ + 2 .

حيث هـ أساس اللوغاريتم النيبيري .

1) أدرس تغيرات الدالة عا .

2) بين أن المعادلة : عا (س) =0 تقبل حلاً وحيداً α حيث α ∋] 1,68 ، 1,69 [.

3) استنتج إشارة عا (س) .

4) باستعمال المكاملة بالتجزئة أوجد دالة أصلية للدالة : س ⟵ (3 − 2 س) $هـ^{س}$ على المجموعة ح.

5) λ عدد حقيقي أكبر تماماً من 1 ، أوجد λ بحيث يكون : $\int_{0}^{\text{لو}\,\lambda}$ عا(س) تفا س = λ − 1 .

II) تا الدالة العددية للمتغير الحقيقي س حيث : تا(س) = $\dfrac{هـ^{س} + 4\,س - 1}{هـ^{س} + 1}$.

(δ) المنحنى الممثل للدالة تا في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس (م ، $\vec{و}$ ، $\vec{ي}$)

حيث وحدة الطول 2 سم .

1) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي س : تاَ (س) = $\dfrac{2\,عا(س)}{\left(هـ^{س}+1\right)^{2}}$.

2) بين أن تا (α) = 4 α − 5 ، ثم أعط حصرًا للعدد تا (α) .

3) أدرس تغيرات الدالة تا .

4) أثبت أن (δ) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل نرمز له بالرمز (Δ) .

– أدرس وضعية (δ) بالنسبة إلى (Δ) .

5) أكتب معادلة المماس (ق) للمنحنى (δ) في النقطة التي فاصلتها س = 0 .

– أرسم (ق) ثم (δ) .

6) نسمي حا إقتصار الدالة تا على المجال] − ∞ ، α [، بين أن الدالة حا تقبل دالة عكسية $حا^{-1}$

يطلب جدول تغيراتها .

- أحسب ($حا^{-1}$)َ (1) العدد المشتق للدالة $حا^{-1}$ عند س = 1 .

- أرسم المنحنى البياني (Γ) الممثل للدالة $حا^{-1}$ في المستوي السابق .

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي ط عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي س :

ط $هـ^{س}$ − 4 س + ط + 2 = 0 .