الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — **(دورة جوان 2006)**

الشـعـبـة : علوم دقيقة — **الـمـدة : 04 ساعات**

اختبار في مادة الرياضيات

التمريـــن الأول : (04 نقاط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة م كثير الحدود ك(ص) حيث:

ك(ص) = ص^3 − 3 ت ص^2 − 4 ص + 2 ت ؛ ت العدد المركب الذي طويلته 1 وَ $\frac{\pi}{2}$ عمدة له.

1) احسب ك(ت) ثم بين أنه من أجل كل عدد مركّب ص:

ك(ص) = (ص − ت)(ص^2 + α ص + β) ؛ حيث: α ، β عددان مركبان يطلب تعيينهما.

2) حل في م المعادلة: ك(ص) = 0 ......(1)

3) نسمّي ص$_0$ ، ص$_1$ ، ص$_2$ حلول المعادلة(1) حيث ص$_0$ الحل التخيلي البحت، ص$_1$ الحل الذي جزؤه الحقيقي سالب. عيّن مجموعة الأعداد الطبيعية ن التي يكون من أجلها ص$_1^{ن}$ + ص$_2^{ن}$ حقيقيا.

4) ننسب المستوي (π) إلى المعلم المتعامد والمتجانس (م ، $\overleftarrow{و}$ ، $\overleftarrow{ى}$)، ونعتبر النـــقط أ ، ب ،جـ ، د التي لاحقاتها على الترتيب ص$_0$، ص$_1$ ، ص$_2$، ص$_1$ + ص$_2$،ونسمي تا التطبيق من (π)- {أ} نحو (π) الذي يرفق بالنقطة ن ذات اللاحقة ص النّقطة نَ ذات اللاحقة صَ حيث صَ = ت($\frac{ص - 2ت}{ص - ت}$).

- بين أنه من أجل كل عدد مركب ص يختلف عن ت وعن 2 ت تكون:
  عمدة(صَ) = [$\overleftarrow{ن أ}$ ، $\overleftarrow{ن د}$] + $\frac{\pi}{2}$ + 2 π ك ، ك ∈ ص.
- عيّن مجموعة النقط ن من المستوي بحيث تكون عمدة (صَ) = $\frac{\pi}{2}$ + 2 π ك ، ك ∈ ص.
- عيّن و أنشئ مجموعة النقط ن بحيث يكون صَ حقيقيا.

التمريـــن الثاني : (04 نقاط)

المتتالية العددية (ى$_ن$) معرفة بحدها الأول ى$_0$ وبعلاقة التراجع الآتية:

من أجل كل عدد طبيعي ن فإن: ى$_{ن+1}$ = $\frac{7ى_ن + 2}{ى_ن + 8}$.

1) عيّن قيم ى$_0$ التي من أجلها تكون المتتالية (ى$_ن$) ثابتة.

2) نفرض: ى$_0$ = 0.

أ) احسب ى$_1$ ، ى$_2$ ثم أثبت أنه : ∀ن ∈ ط : 0 ≤ ى$_ن$ < 1.

ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية (ى$_ن$).

3) لتكن المتتالية العددية (ح$_ن$) المعرفة كما يلي: ∀ن ∈ ط : ح$_ن$ = $\frac{ى_ن + 2}{ى_ن - 1}$.

أ) أثبت أن المتتالية (ح$_ن$) هندسية، يطلب حساب حدها الأول وأساسها.

ب) عبّر عن ى$_ن$ بدلالة ن ثم احسب نهاية ى$_ن$ لما ن ← + ∞.

جـ) احسب كلا من م$_ن$ وَ ل$_ن$ إذا علمت أن:

م$_ن$ = ح$_0$ + ح$_1$ + ... + ح$_ن$ وَ ل$_ن$ = ح$_0$ × ح$_1$ ×... × ح$_ن$.

المسألـــة : (12 نقطة)

ط عدد حقيقي غير معدوم، تـاط الدالة العددية للمتغير الحقيقي س المعرفة كما يلي :

تـاط(س) = 2 س + 3 − (س + 1) هـ^ط س.

(ىط)تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (م ، و⃖ ، ى⃖).

I) نضع ط = 1

1) احسب تـا‌'₁(س) ، تـا‌''₁(س) ثم ادرس تغيرات الدالة تـا‌'₁ .

2) احسب تـا‌'₁(0) واستنتج إشارة تـا‌'₁(س).

3) ادرس تغيرات الدالة تـا₁ .

4) ادرس الفروع اللانهائية للمنحني (ى₁)، ثم ادرس وضعية المنحني (ى₁) بالنسبة للمستقيم المقارب(Δ).

5) أ - بين أن المعادلة تـا₁ (س) = 0 تقبل حلين α ، β حيث:

$0{,}92 < \alpha < 0{,}93$ وَ $-1{,}56 < \beta < -1{,}55$

ثم أنشئ (Δ) وَ (ى₁).

ب - باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب بدلالة α المساحة م(α) للحيّز المستوي المحدود بالمنحني (ى₁) وبالمستقيمات التي معادلاتها: س = 0 ؛ س = α ؛ ع = 2 س + 3.

حيث α هي القيمة المعرّفة في السؤال 5)أ .

جـ - بين أن م (α) = $\dfrac{2\alpha + 3\alpha}{1+\alpha}$ ثم جد حصرًا للعدد م(α).

II - 1) بيّن أن جميع المنحنيات (ىط) تشمل نقطتين ثابتتين ا وَ ب يطلب تعيين إحداثيي كل منهما.

2) أوجد معادلة المماس للمنحني (ىط) عند النقطة التي احداثيّاها (0 ، 2).

3) بيّن أنّ المستقيم (Δ) الذي معادلته ع = 2 س + 3 مستقيم مقارب مائل لجميع المنحنيات (ىط)، ثم ادرس وضعية (Δ) بالنسبة إلى (ىط).

4) ن عدد طبيعي أكبر أو يساوي 2، تـاط^(ن) المشتق من الرتبة ن للدالة تـاط.

برهن بالتراجع أن: ∀ ن ∈ ط - {1} ؛تـاط^(ن)(س) = - طن-1 هـط س(ط س + ط + ن).

III) λ عدد حقيقي،ل λ تحويل نقطي من المستوي في نفسه يرفق بكل نقطة ن(س،ع) النقطة نَ(سَ،عَ) حيث:

$$\begin{cases} سَ = س + \dfrac{\lambda}{2} \\ عَ = (\dfrac{\lambda}{2} - 2) س + (\dfrac{\lambda}{2} - 1) ع \end{cases}$$

ليكن ن ش⃖ λ الانسحاب الذي شعاعه ش⃖ λ = $\dfrac{\lambda}{2}$ و⃖

1) بيّن أن ل λ = ن ش⃖ λ ∘ φ_λ حيث φ_λ تحويل يُطلب تعريفه تحليليا.

2) - أ - ما هي قيم λ التي يكون من أجلها φ_λ غير تقابلي؟

- ب - بيّن أنه لما λ = 2 فإن φ_2 إسقاط يطلب تحديد عناصره الهندسية.

- جـ - ما هي طبيعة φ_4 ؟

3) نفرض أن λ ≠ 2 وَ λ ≠ 4.

بيّن أن φ_λ تآلف يُطلب تحديد عناصره الهندسية.

4) جد صورة المنحنى (ى₁) وفق التحويل φ_λ .