

تكتب الإجابة النموذجية على هذه الورقة و لا تقبل سواها

الإجابة النموذجية لموضوع لامتحان :يكالوريا دورة:2008  
اختبار مادة: الرياضيات الشعبة: تقني رياضي المدة: 04 ساعات و 30 د .

# الإجابة النموذجية وسلم التقييم

الموضوع الأول

العلامة		عناصر الإجابة	محاور الموضوع
المجموع	مجزأة		
04	0.5	تمرين 1: (4 نقاط) 1/ بالتعويض في المعادلة (*) نبيّن أن $Z_0 = 3i$ هو حل لها 2/ حلول (*) في $\mathbb{C}$ هي :	أعداد مركبة تحولات نقطية
	0.25	$(Z - 3i)[Z^2 + (2 - i)Z - 3 - 3i] = 0$	
	0.25×4	$Z_2 = -3, Z_1 = 1 + i, Z_0 = 3i, \Delta = 15 + 8i = (4 + i)^2$	
	0.25×3	الشكل الأسّي $Z_2 = 3e^{i\pi}, Z_1 = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}, Z_0 = 3e^{i\frac{\pi}{2}}$	
	0.25	3/ تعيين النقطة $G(4, 4)$	
	0.5	4/ المجموعة $(E)$ هي الدائرة ذات المركز $G$ ونصف القطر $\sqrt{17}$	
	0.25	$GA = \sqrt{17}$ نقطة من هذه الدائرة لأن	
	0.25	5/ العبارة المركبة للتحاكي المطلوب هي : $z' = 4z$	
	0.25	صورة المجموعة $(E)$ بهذا التحاكي هي الدائرة ذات المركز $G'(16; 16)$ ونصف القطر $4\sqrt{17}$	
	0.5	0.5	
0.5		منه النقط $A, B, C$ تعين مستو معادلته هي $x - 2y + 2z - 1 = 0$	
0.5		2/ $(P_1)$ و $(P_2)$ متقاطعان وفق مستقيم $(\Delta)$ لأن الشعاعين الناظمين عليهما $\vec{n}_1$ و $\vec{n}_2$ غير متوازيين حيث $\vec{n}_1(1, -2, 2)$ و $\vec{n}_2(1, -3, 2)$	
0.5		3/ $C$ تنتمي إلى المستقيم $(\Delta)$ لأنها نقطة مشتركة بين $(P_1)$ و $(P_2)$	

144

العلامة		محاور الموضوع	
المجموع	مجزأة		
05	0.25×3	4/ يكفي إثبات أن الشعاع $\vec{u}(2, 0, -1)$ عمودي على كل من الشعاعين $\vec{n}_1(1, -2, 2)$ و $\vec{n}_2(1, -3, 2)$	
	0.75	5/ استنتاج أن التمثيل الوسيط للمستقيم $(\Delta)$ هو	
	0.75	حيث $k \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x = 2k + 1 \\ y = 3 \\ z = -k + 3 \end{cases}$	
	0.75	6/ قيمة الوسيط $k$ حتى يكون $\vec{u}$ و $\overline{AM}$ متعامدين هي $k = \frac{1}{5}$	
0.75	المسافة بين $A$ و $(\Delta)$ هي الطول $AM = \frac{3\sqrt{5}}{5}$	هندسة فضائية	
0.25×2+0.5	0.25	تمرين 3: (7 نقاط) 1/ أ - دراسة تغيرات $f$ على المجال $[0; 2]$ $f'(x) = \frac{1}{(x+2)^2}$ - إشارة $f'(x)$ واتجاه التغير - جدول التغيرات	الدوال العددية المتتاليات العددية
	0.75	ب - إنشاء المنحنى (C)	
	0.5	ج - برهان أنه إذا كان $x \in [0; 2]$ فإن $f(x) \in [0; 2]$ من جدول التغيرات وحيث أن $f$ مستمرة ومرتفعة تماما على المجال المعطى $f(0) = \frac{3}{2}$ و $f(2) = \frac{7}{4}$ نستنتج أن صورة أي عدد حقيقي $x$ من المجال $[0; 2]$ بالدالة $f$ هي العدد الحقيقي $f(x)$ من المجال $[\frac{3}{2}; \frac{7}{4}]$ وحيث أن $[\frac{3}{2}; \frac{7}{4}]$ محتوي في $[0; 2]$ ينتج $f(x) \in [0; 2]$ .	
	0.25	2/ أ - نبرز وجود المتتالية $(U_n)$ بتوضيح أن كل حدودها تنتمي إلى المجال $[0; 2]$ وهذا محقق بالنظر إلى جواب السؤال 1/ ج -	
	0.25×2	* حساب $U_1$ و $U_2$	
	0.25×3	ب - تمثيل الحدود $U_0, U_1, U_2$	
	0.25	ج - التخمين: $(U_n)$ متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى وبالتالي فهي متقاربة	
	0.75	3/ أ - البرهان بالتراجع على العدد الطبيعي $n$ أن: $0 \leq U_n \leq \sqrt{3}$	
	0.75	ب - البرهان أن: $U_{n+1} > U_n$ من أجل كل عدد طبيعي $n$	

العلامة		محاور الموضوع
المجموع	مجزأة	
07	0.25	بما أننا برهنا أن $(U_n)$ محدودة من الأعلى بالعدد $\sqrt{3}$ ومتزايدة تماما نستنتج أنها متقاربة وهذا ما يؤكد صحة المضمنة السابقة
	0.25	ج - التحقق أن $U_{n+1} - \sqrt{3} \leq \frac{2 - \sqrt{3}}{U_n + 2} (U_n - \sqrt{3})$
	0.25	تعيين عددا حقيقيا $k$ يجيب عن السؤال
	0.25	تبيان أن: $ U_n - \sqrt{3}  \leq k^n  U_0 - \sqrt{3} $
	0.25	من المتباينة السابقة نستنتج أن $\lim_{n \rightarrow \infty} U_n = \sqrt{3}$
04	0.75	<b>تمرين 4: (4 نقاط)</b> 1/ أ - القيم الممكنة للعدد $\text{pgcd}(a,b)$ هي 1 أو 7
	0.75	ب - نعلم على المساواة $b - a = n + 5$ لكي نبرهن أن العددين $a$ و $b$ من مضاعفات 7 إذا وفقط إذا كان $n + 5$ مضاعفا للعدد 7
	0.25×2+0.25	ج - تعيين قيم $n$ التي يكون من أجلها $\text{PGCD}(a;b) = 7$ بناء على جواب السؤال السابق فإن قيم $n$ التي يكون من أجلها $\text{PGCD}(a;b) = 7$ هي نفسها قيم $n$ التي يكون من أجلها $n + 5$ مضاعفا للعدد 7 أي $n + 5 = 7k$ مع $k > 1$ .
	0.25×2	2/ أ - العددين $p$ و $q$ يقبلان القسمة على $n - 5$ لأن $q = (n - 5)(n - 2)$ و $p = (n - 5)(2n + 3)$
	0.25	ب - تعيين تبعا لقيم $n$ وبدلالة $n$ $\text{PGCD}(p;q)$ : لدينا $\text{PGCD}(p;q) = (n - 5)\text{PGCD}(a;b)$ نميز حالتين هما:
	0.5	1 - لما $\text{PGCD}(a;b) = 7$ نجد: $\text{PGCD}(p;q) = 7(n - 5)$ مع $n = 7k - 5$ أي $\text{PGCD}(p;q) = 7(7k - 10)$ و $k > 1$
	0.5	2 - لما $\text{PGCD}(a;b) \neq 7$ أي $\text{PGCD}(a;b) = 1$ نجد: $\text{PGCD}(p;q) = (n - 5)$ مع $n \neq 7k - 5$ .
		انتهى

العلامة		عناصر الإجابة	محاور الموضوع
مجزأة	المجموع		
1.25	0.25	التمرين الأول: 04 ن (1) التأكيد من أن (82,1) حل للمعادلة (I) ..... حلول المعادلة (I) هي: $(x = 9k + 82, y = 4k + 1)$ حيث $k \in \mathbb{Z}$ .....	التواسم و الضمايفات
1.75	0.75	(2) $(2a - 3b)(2a + 3b) = 11 \times 29$ ..... $S = \{(-80, -53); (-80, 53); (-10, -3); (-10, 3); (80, -53); (80, 53); (10, 3); (10, -3)\}$ .....	
1	1	(3) الاستنتاج: $S' = \{(100, 9); (6400, 2809)\}$ .....	
1	1	التمرين الثاني: 04 ن (1) تبين أن G منتصف [IJ] .....	هندسة فضائية
3	6x0.25	(2) $F(0,1,1); E(1,0,1); D(0,0,1); C(0,1,0); B(1,0,0); A(0,0,0)$ ..... مجموعة النقاط M هي سطح الكرة الذي مركزها $G\left(\frac{r}{4}, \frac{r}{4}, \frac{r}{2}\right)$ ونصف قطرها $\frac{r}{4}\sqrt{10}$ .....	
2.5	0.5x3	التمرين الثالث: 04 ن $z_2 = -r \sin \frac{\theta}{2} + ir \cos \frac{\theta}{2}$ و $z_1 = r \sin \frac{\theta}{2} + ir \cos \frac{\theta}{2}$ ، $\Delta' = r^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}$ (1) .....	الأعداد المركبة والهندسة
	0.5x2	الشكل الأسّي: $z_2 = r e^{i(\frac{\pi}{2} + \frac{\theta}{2})}$ و $z_1 = r e^{i(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2})}$ .....	
1.5	0.5x2	(2) المثلث متقايس الأضلاع: $\angle AOB = \frac{\pi}{3}$ و $OA = OB$ ..... $k \in \mathbb{Z} ; \theta = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k ; \theta = \frac{\pi}{3} + 2\pi k$ .....	
	0.25x2	التمرين الرابع: 08 ن (1) أ - $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty ; \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ .....	الدوال العددية
	0.5x2	ب - $f(x) = \frac{x^2 + 4x - 5}{(x+2)^2}$ و إشارته ..... - جدول التغيرات .....	
	0.5	ج - $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x-2)) = 0$ و مقارب مائل .....	
	1	رسم $C_f$ .....	
4.75	0.75	د - تبين أن صورة المجال $\left[1; \frac{5}{2}\right]$ محتواة في $\left[1; \frac{5}{2}\right]$ .....	
	1	(2) أ - تمثيل الحدود $U_0$ و $U_1$ و $U_2$ .....	
	0.75	ب - تخمين اتجاه تغير وتقارب $(U_n)$ .....	
	0.5x2	ج - تبين أن $1 \leq U_n \leq \frac{5}{2}$ و $(U_n)$ متزايدة .....	
	0.25	د - $(U_n)$ متقاربة .....	
3.25	0.25	$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \frac{5}{2}$ .....	