

ثانوية ابن الهيثم البيضا

الامتحان التجريبي في مادة الرياضيات
السنة الدراسية: 2008 – 2009

المدة: 4 ساعات ونصف

التاريخ: 2009/05/24

الشعبة: الثالثة تقني رياضي

الموضوع الأول

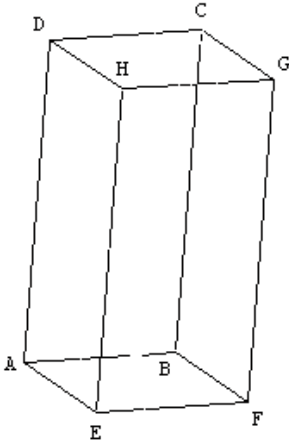
التمرين الأول:

لكل جملة من الجمل الآتية قدم برهاناً إذا كانت صحيحة ومثلاً مضاداً إذا كانت خاطئة

- (1) العدد الطبيعي 2009 أولي .
- (2) العددان 2009 و 1430 أوليان فيما بينهما.
- (3) المعادلة $2009x + 21y = 7$ تقبل على الأقل حلاً في Z^2
- (4) حلول المعادلة $24x + 35y = 9$ في Z^2 هي الثنائيات $(70k-144 ; 99-24k)$ حيث k عدد صحيح .
- (5) يوجد نظام تعداد يكتب فيه العدد 2009 على الشكل $\overline{809}$.

التمرين الثاني: ABCDEFGH متوازي مستطيلات حيث : $AB = AE = 2$ و $AD = 4$. نسمي I مركز المربع ABFE و J منتصف القطعة [EH] . ينسب الفضاء إلى المعلم المتعامد المتجانس

$$\left(A ; \frac{1}{2}\overline{AB} ; \frac{1}{4}\overline{AD} ; \frac{1}{2}\overline{AE} \right)$$



(1) * عين إحداثيات كل نقطة من النقط B, C, E, F, H ثم I و J .

* عين مركبات كل شعاع من الشعاعين \overline{IJ} و \overline{JC}

* بين أن الشعاع \overline{AF} شعاع ناظم للمستوي (IJC) .

* عين معادلة ديكارتية للمستوي (IJC) ثم تحقق أن النقط B, C, E, H تنتمي إليه .

(2) نسمي (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء حيث :

$$MB^2 + MC^2 + ME^2 + MH^2 = 48$$

* بين أن (Γ) سطح كرة يطلب تحديد إحداثيات مركزها ω ونصف قطرها .

* تحقق أن النقطة ω مركز ثقل المثلث IJC .

* عين نصف القطر و إحداثيات مركز الدائرة (γ) المحيطة بالمستطيل EBCH .

* استنتج تمثيلاً ديكارتياً للدائرة (γ) .

التمرين الثالث:

(1) حل في مجموعة العداد المركبة C المعادلة ذات المجهول z : $z^2 + z + 1 = 0$.
نسمي z الحل الذي جزؤه التخيلي موجب .

(2) اكتب العددين z و $\frac{1}{z}$ على الشكل الأسّي .

(3) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$. نعتبر النقطتين A لاحقتهما $\alpha = 2 + i$

و M لاحقتهما z . نسمي B النقطة ذات اللاحقة $\beta = \alpha z$ و M' صورة M بالدوران الذي مركزه O

وزاويته $-\frac{2\pi}{3}$

- عبر عن z' لاحقة M' بدلالة z و j .
- اكتب على الشكل الجبري العدد $\frac{z-\beta}{z'-\alpha}$.
- عين طويلة وعمدة العدد $\frac{z-\beta}{z'-\alpha}$. فسر النتيجة هندسياً.
- عين على الرسم النقطتين B و M' لما $z=1+3i$.

التمرين الرابع :

الجزء الأول: φ الدالة العددية المعرفة على \mathbf{R} كمايلي $\varphi(x) = 2(x^2+1)e^{-x} - 1$

- (1) * احسب نهاية φ عند $-\infty$ و عند $+\infty$.
* ادرس اتجاه تغيرات الدالة φ ثم أنجز جدول تغيراتها

(2) * بين أن المعادلة $\varphi(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α ينتمي إلى المجال $[2; 3]$ ثم عين حصر للعدد α سعته 10^{-1} .

* أنجز جدول إشارة $\varphi(x)$.

الجزء الثاني : (دراسة وضعية منحنين و حساب مساحة)

تعطى في آخر الموضوع التمثيلين البيانيين ، الأول للدالة f و الثاني للدالة g المعرفتين على \mathbf{R}

$$\text{كما يلي : } f(x) = 4x.e^{-x} \quad \text{و} \quad g(x) = \frac{2x}{x^2+1}$$

نسمي (C_f) منحنى f و (C_g) منحنى g . في معلم متعامد متجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) (الوحدة : 2cm)

(1) * بين أن المنحنيين يشملان النقطة O مبدأ المعلم.

* اكتب معادلة المماس لكل من (C_f) و (C_g) عند النقطة O .

(2) * بين انه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x) - f(x) = \frac{-2x\varphi(x)}{x^2+1}$ ، حيث φ الدالة المدروسة

في الجزء الأول.

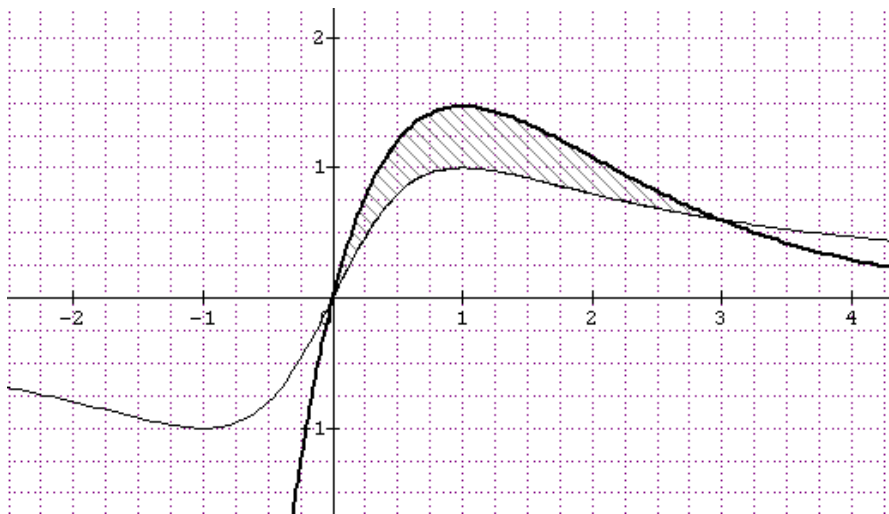
* ادرس إشارة $g(x) - f(x)$

* استنتج الوضعية النسبية للمنحنيين (C_f) و (C_g) .

(3) * بين أن الدالة h المعرفة على \mathbf{R} كمايلي : $h(x) = \ln(x^2+1) + (4x+4).e^{-x}$ دالة أصلية

للدالة $g(x) - f(x)$ على \mathbf{R} .

* استنتج القيمة المضبوطة ثم التقريبية إلى الوحدة لمساحة الحيز المستوي المضلل في الرسم



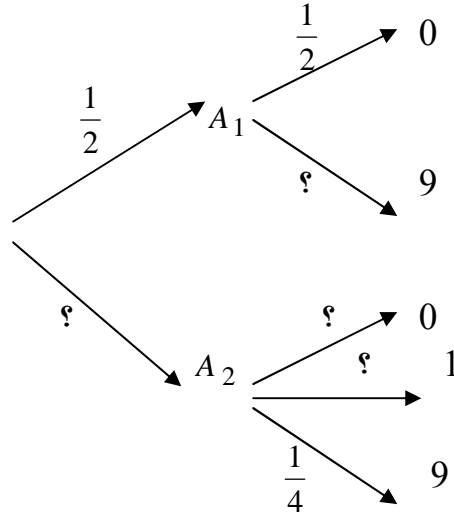
الموضوع الثاني :

التمرين الأول :

- (1) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n العدد $3n^3 - 11n + 48$ يقبل القسمة على $n+3$
- (2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n العدد $3n^2 - 9n + 16$ عدد طبيعي غير معدوم.
- (3) * بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n أكبر أو يساوي 2 : $PGCD(3n^3 - 11n, n+3) = PGCD(48, n+3)$:
 ($PGCD(a, b)$ يرمز للقاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين a و b)
 * عين مجموعة القواسم الطبيعية للعدد 48 .
 * استنتج مجموعة الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون العدد $\frac{3n^3 - 11n}{n+3}$ طبيعياً.

التمرين الثاني : وعاء A_1 يضم أربع قريصات مرقمة 9 ، 9 ، 0 ، 0 ، وعاء A_2 يضم أربع قريصات مرقمة 9 ، 0 ، 0 ، 1 . نختار عشوائياً أحد الوعائين ثم نسحب منه قريصة . نرفق بكل نتيجة سحب العدد $200a$ حيث a هو الرقم الذي تحمله القريصة المسحوبة.

(1) * أكمل شجرة الاحتمالات الآتية بوضع في مكان علامة الاستفهام الاحتمال المناسب



- احسب احتمال الحادثة A " العدد N يساوي 2009 "
 - علما أن العدد N يساوي 2009 ، ماهو احتمال أن تكون القريصة المسحوبة من الوعاء A_1 .
- (2) نرسم X للمتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب مجموع أرقام العدد N
 * عين القيم الممكنة للمتغير X .
 * عين قانون احتمال المتغير X وأحسب أمله الرياضي.

التمرين الثالث : a عدد حقيقي موجب تماما .

- (1) حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة ذات المجهول z : $(4z^2 - a^2)(2z - \sqrt{3}ai) = 0$
- (2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ ، نعتبر النقط A, B, C التي لواحقها على الترتيب $\frac{\sqrt{3}}{2}ai$ ، $-\frac{a}{2}$ و $\frac{a}{2}$

- اكتب على الشكل الآسي العدد : $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_A}$
 - استنتج زاوية الدوران R الذي يحول A إلى B ويحول C إلى A .
 - تحقق أن مركز الدوران R ينطبق مع مركز ثقل المثلث ABC .
- (3) نسمي (Γ) مجموعة النقط M من المستوي حيث : $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 2a^2$
- * تحقق أن النقط A ، B و C تنتمي إلى المجموعة (Γ) .
 - * عين طبيعة (Γ) وعناصرها .
 - * ارسم الشكل من أجل $a = 4$ (الوحدة : 2 cm) .

التمرين الرابع : f الدالة العددية المعرفة على $[0 ; +\infty[$ كما يأتي:

$$f(x) = x^2(1 - 2\ln(x)) \quad ; \quad f(0) = 0$$

نسمي (C_f) منحنى f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(\vec{i} ; \vec{j} ; O)$.

(1) * احسب نهاية f عند $+\infty$

* بين أن $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 0$ ، فسر النتيجة هندسيا

* بين أن f قابلة للاشتقاق على $[0 ; +\infty[$ وأن $f'(x) = -4x\ln(x)$ (f' ترمز للدالة المشتقة لـ f)
* ادرس اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها .

(2) * عين إحداثيات نقطتي تقاطع (C_f) مع محور الفواصل

* اكتب معادلة للمماس (d) عند النقطة ذات الفاصلة \sqrt{e}

* أنشئ المنحنى (C_f) والمماس (d) . (الوحدة : 3 cm)

(3) * بين أن الدالة g المعرفة بـ $g(x) = \frac{x^3}{9}(5 - 6\ln(x))$ دالة أصلية للدالة f على $[0 ; +\infty[$.

* λ عدد حقيقي من المجال $]0 ; \sqrt{e}]$. احسب بدلالة λ المساحة $S(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى

(C_f) و محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = \lambda$ و $x = \sqrt{e}$.

• احسب نهاية $S(\lambda)$ لما λ يؤول إلى 0 .