الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

امتحان البكالوريا التجريبي — ثانوية عبد المجيد بورزق

الشعبة : العلوم التجريبية — * دورة ماي 2010

اختبار فـــي مادة الرياضيات — المدة : 03 ساعات و 30 دقيقة

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 ن)

I) نضع : $z_1 = 2i$ ، $z_2 = \sqrt{3} + i$ ، $z_3 = \sqrt{2}\,(1+i)$

1 – اكتب كل من z_1 و z_2 على الشكل الأسى .

2 – تحقق أن : $z_1^{12} = z_2^{12}$

3 – اكتب الشكل المثلثي ثم الشكل الجبري للعدد $\frac{z_3}{z_2}$

4 – استنتج $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ ، $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

II) لتكن النقط A ; B ; C صور z_1 ; z_2 ; z_3 على الترتيب .

1 – بين أن O هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

2 – استنتج قيسا لزاوية $\left(\overrightarrow{OB}\,;\,\overrightarrow{OC}\right)$

III) نفرض النقطة I ذات اللاحقة $z_I = -\sqrt{3} + 3i$

1 – احسب العدد المركب $L = \frac{z_2 - z_I}{z_1 - z_I}$

2 – استنتج أن B صورة A بتحويل نقطي يطلب إعطاء عناصره المميزة ، ثم عبارته التركيبية .

التمرين الثاني : (03 ن)

نفرض نردا غير مزيف ذو أربع أوجه : وجه لونه أزرق ، ووجهان حمراوان ، ووجه لونه أخضر .

نرمي هذا النرد مرتين متتابعتين . ونسجل لون الوجه العلوي الذي يظهر .

نعتبر الحادثتين : A << الوجهين الظاهرين لونهما أخضر >>

E << الوجهين الظاهرين لهما نفس اللون >>

I) * عين شجرة الاحتمالات ، ثم أحسب احتمال كل من الحادثتين A و E

* احسب احتمال الحادثة A علما أن الحادثة E محققة .

II) X متغير عشوائي يهتم بعدد مرات ظهور اللون الأحمر .

* حدد قيم X

* عرف قانون احتمال X ، ثم أحسب أملــه الرياضياتـــي .

III) نكرر التجربة 05 مرات متتابعة ومستقلة عن بعضها البعض .

* احسب احتمال الحصول مرتين فقط على الحادثة E ، مع تبرير الإجابة .

التمرين الثالث : (05 ن)

I) f دالة معرفة على المجال $]-2\,;+\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{4x+3}{x+2}$

وليكن (C_f) منحناها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$

* ادرس تغيرات الدالة f على المجال $]-2\,;+\infty[$
* بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $I = [-1\,;3]$ فإن : $f(x)$ تنتمي إلى I
* ارسم المنحنى (C_f) على المجال $]-2\,;+\infty[$

II) (u_n) متتالية عددية معرفة على N كما يلي : $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = f(u_n)$

* باستعمال المنحنى (C_f) مثل على محور الفواصل الحدود : $u_0\,;\,u_1\,;\,u_2\,;\,u_3$
* ما هو تخمينك حول رتابة وتقارب المتتالية (u_n)
* برهن بالتراجع على أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $-1 \leq u_n \leq 3$
* بين أن (u_n) متزايدة . ثم استنتج أن (u_n) متقاربة ، و أحسب نهايتهـــا .

التمرين الرابع : (08 ن)

I) لتكن g دالة معرفة على R بـــ : $g(x) = e^{x} + 2 - x$

* ادرس تغيرات الدالة g ، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $g(x) > 0$

II) نعتبر f دالة معرفة على R كما يلي : $f(x) = x + (x-1)e^{-x}$

وليكن (C_f) منحناها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$

* بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f'(x) = e^{-x}g(x)$
* شكل جدول تغيرات الدالة f
* بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\propto$ يحقق $0 < \propto < \frac{1}{2}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا .
* بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = x$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $(+\infty)$
  – ثم ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (D)
* بين أنه يوجد نقطة وحيدة I من المنحنى (C_f) يكون معامل توجيه المماس عندها مساويا (1) .
  – ثم اكتب معادلة ديكارتية لهذا المماس .
* ارســـم هذا المماس ، ثم المنحنى (C_f)

III) نرمز بـــ A لمساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (D) والمستقيمين اللذين معادلتاهما :

$x = 0$ و $x = \propto$

* تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f(x) - x = 1 + e^{-x} - f'(x)$
* احسب المساحة A ، ثم بين أن : $A = \frac{\propto^2}{1-\propto}$

تمنياتي للجميع بالنجاح فـي البكالوريـا

الأستـاذ : شوتري خالد