التمرين الأول

العبارة	أ. الصحيحة	التبرير
1	جـ)	$\lim_{x\to-\infty} f(-2x+1)=\lim_{u\to+\infty} f(u)=2$
2	ب)	$2-e^{-2x}\geq 0$ تكافئ $x\geq-\frac{1}{2}\ln 2$
3	جـ)	$y=f'(0)(x-1)+f(-1)=0$

التمرين الثاني

1)دراسة شفعية الدالة f ثم احسب نهاية f عند $+\infty$

من أجل كل $x\in D_f$: $f(-x)=|-x|+\sqrt{(-x)^2-1}=f(x)$

ومنه الدالة f زوجية

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}(x+\sqrt{x^2-1})=+\infty$$

2)تبين أن:$\lim_{x\to+\infty}[f(x)-2x]=0$ وتفسير النتيجة هندسيا.

$$\lim_{x\to+\infty}[f(x)-2x]=\lim_{x\to+\infty}(-x+\sqrt{x^2-1})$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{-1}{x+\sqrt{x^2-1}}=0$$

نستنتج أن المستقيم الذي معادلته $y=2x$ مقارب مائل لـ(C)

3)دراسة قابلية إشتقاق الدالة f عند 1 من اليمين وتفسر النتيجة بيانيا.

$$\lim_{x\to1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to1^+}\frac{f(x)-1}{x-1}=\lim_{x\to1^+}\left(1+\frac{\sqrt{x^2-1}}{x-1}\right)=+\infty$$

ومنه f غير قابلة للإشتقاق عند 1 من اليمين

ونستنتج أن (C) يقبل مماسا يوازي حامل محور التراتيب

4) دراسة إتجاه تغير الدالة f على المجال $]1;+\infty[$

f قابلة للإشتقاق على المجال $]1;+\infty[$ حيث:

$$f'(x)=1+\frac{2x}{2\sqrt{x^2-1}}=\frac{\sqrt{x^2-1}+x}{\sqrt{x^2-1}}\succ 0$$

ومنه f متزايدة تماما على المجال $]1;+\infty[$

استنتاج إتجاه تغيراتها $]-\infty;-1]$ وشكل جدول تغيراتها

f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;-1[$ لأنها زوجية

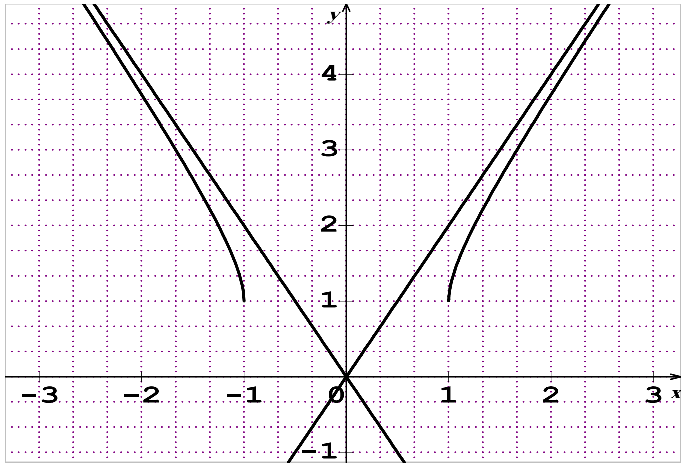
x	$-\infty$ ... -1	-1 ... 1	1 ... $+\infty$
f'(x)	-		+
f(x)	$+\infty \searrow 1$		$1 \nearrow +\infty$

5)تبيين أن (C) يقطع المستقيم ذو المعادلة: $y=\frac{5}{2}$ في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $1\prec\alpha\prec 2$

الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $[1;2]$

ولدينا: $f(1)\prec 2\prec f(2)$ ومنه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة توجد قيمة وحيدة α تحقق: $f(\alpha)=2$.

6) رسم المستقيمات المقاربة والمنحنى (C)



التمرين الثالث

I-1) بقراءة بيانية: أ) حساب $g(-1)$ ، $g(0)$ ، $g'(0)$.

من البيان لدينا: $g(-1)=0$ ، $g(0)=1$ ، $g'(0)=-1$

ب) تعيين إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

من البيان اشارة $g(x)$ هي حسب الجدول التالي:

x	$-\infty$ ... -1	-1 ... 1	1 ... $+\infty$
g(x)	-	+	-

2)كتابة معادلة المماس لـ(C_g) عند نقطة ذات الفاصلة 0

$$y=g'(0)(x-0)+g(0)=-x+1$$

3) التحقق أن: $g(x)=(1-x^2)e^{-x}$

لدينا: $g(-1)=0$ معناه $(1+a)e^{-b}=0$ ومنه: $a=-1$

لدينا: $g'(0)=-1$ معناه $(b)e^{0}=-1$ ومنه: $b=-1$

ومنه : $g(x)=(1-x^2)e^{-x}$

II-1)حساب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ وتبيين $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}(x^2)e^{-x}=+\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} x^2e^{-x}=\lim_{t\to-\infty} t^2e^{t}=0$$

من النهاية الأخيرة نستنتج أن منحنى الدالة f يقبل مستقيم مقارب معادلته $y=0$ منطبق على حامل محور الفواصل

2-أ) بين أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x)$

لدينا:

$$f'(x)=2(x+1)e^{-x}+(x+1)^2(-1)e^{-x}$$

$$=(x+1)e^{-x}[2-x-1]=(1-x^2)e^{-x}=g(x)$$

ب)استنتاج إشارة $f'(x)$ وتشكيل جدول تغيرات الدالةf

إشارة $f'(x)$ هي نفس إشارة $g(x)$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0 +	0	-
$f(x)$	$+\infty$ ↘	0 ↗	$4e^{-1}$ ↘	0

3-أ)تعيين $\lim_{x\to0}\frac{f(x)-1}{x}$ دون حساب وتفسيرالنتيجة هندسيا

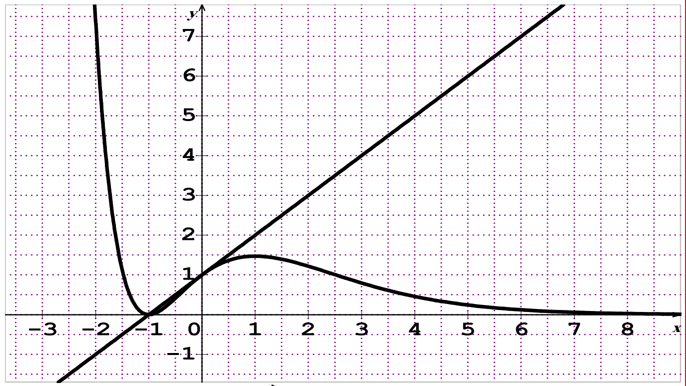
لدينا: $\lim_{x\to0}\frac{f(x)-1}{x}=\lim_{x\to0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=f'(0)=1$

حسب مبرهنة العدد المشتق للدالة f عند 0

ب)استنتاج معادلة المماس(T)لـ (C_f) عند نقطته ذات الفاصلة 0

$(T): y=f'(0)(x)+f(0)=x+1$

4)إنشاء المماس (T)والمنخنى (C_f)



5)تعيين عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x)=mx+1$

لدينا: $f(x)=mx+1$ تكافئ $\begin{cases} y=f(x)\\ y=mx+1\end{cases}$

حلول المعادلة $f(x)=mx+1$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ_m) ذوالمعادلة : $y=mx+1$

لاحظ أن (Δ_m) مستقيم يشمل نقطة ثابتة احداثياها $(0;1)$

من أجل كل قيمة $m\in\mathbb{R}$ من البيان لدينا:

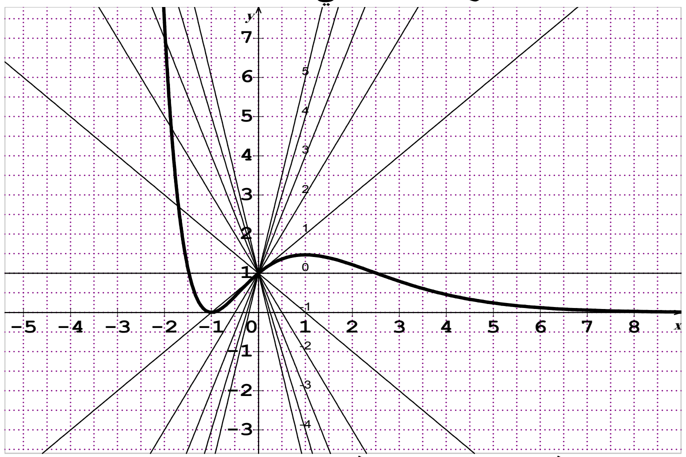
1) $m\prec 0$ المعادلة تقبل حلين احدهما معدوم والآخرسالب

2) $0\le m\prec 1$ المعادلة تقبل 3حلول احدهما معدوم واثنان مختلفان في الإشارة.

3) $m=1$ المعادلة تقبل احدهما معدوم والآخرسالب

4) $m\succ 1$ المعادلة تقبل حلا معدوم

أنظر الشكل التالي:



III- دراسة اتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيرات k

لدينا: $k(x)=f(x^2)-1$

الدالة k هي مركب الدالتين " مربع" متبوعة بالدالة f

الدالة "مربع"متناقصة على $]-\infty;0]$ ومتزايدة على $[0;+\infty[$

ومنه الدالة k متزايدة على $]-\infty;-1]\cup[0;1]$

و متناقصة على $[-1;0]\cup[1;+\infty[$

وعليه جدول تغيرات الدالة k يكون كالآتي:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$k'(x)$	+	0 -	0 +	0	-
$k(x)$	-1 ↗	$4e^{-1}$-1 ↘	0 ↗	$4e^{-1}$-1 ↘	-1

سلم التنقيط

التمرين الأول(3نقط)

0,5 للإجابة الصحيحة و0,5 للتبرير الصحيح لكل سؤال

التمرين الثاني(07نقط)

1) 0,5 شفعية الدالة f و 0,5حساب نهاية f عند $+\infty$

2)0,5 حساب $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-2x]=0$ و0,5 التفسير الهندسي

3) 0,5 لدراسة قابلية إشتقاق f عند1 و 0,5 التفسير الهندسي

4) **1** لدراسة تغيرات على $[1;+\infty[$

1 لدراسة تغيرات على $]-\infty;-1]$ ورسم جدول تغيرات f

5) **1**تبيين أن (C) يقطع المستقيم: $y=\frac{5}{2}$ قي نقطة وحيدة

6) **1** رسم المستقيمات المقاربة والمنحنى (C)

التمرين الثاني(10نقط)

I-1 –أ)حساب $g(-1)$ ، $g(0)$ ،$g'(0)$ 0,75

ب)تعيين إشارة $g(x)$ 0,75

2) كتابة معادلة المماس................0,5

3) التحقق من عبارة $g(x)$ 1

II-1) حساب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ 0,25

تبيين أن $\lim_{x\to+\infty}f(x)=0$ والتفسير الهندسي.........0,75

2-أ) تبيين أن $f'(x)=g(x)$ 1

ب)استنتاج اتجاه تغيرf و تشكيل جدول تغيراتها...1

3-أ) تعين $\lim_{x\to0}\frac{f(x)-1}{x}$ ونفسر النتيجة بيانيا. 1

ب) استنتاج معادلة المماس(T)للمنحنى (C_f) 0,5

4) إنشاء المماس (T)ثم المنحنى (C_f) 1,5

5)تعيين عدد واشارة حلول المعادلة $f(x)=mx+1$ 1

III- دراسة اتجاه تغيرات k ورسم جدول تغيراتها........1