

التمرين الأول (05 نقط):

نعتبر الدالة u المعرفة على \mathbb{R} بـ : $u(x) = 2x + \sqrt{4x^2 + 1}$ ، (C) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس .

(I) 1 عين نهاية الدالة u عند $+\infty$

2 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $u(x) = \frac{1}{\sqrt{4x^2 + 1} - 2x}$ استنتج نهاية الدالة u عند $-\infty$

(II) 1 بين أن $(u(x) - 4x)$ يؤول إلى 0 عندما يؤول x إلى $+\infty$. 2 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x

لدينا $u(x) > 0$ ، استنتج إشارة $(u(x) - 4x)$

2 فسر هذه النتائج بيانيا .

التمرين الثاني (05 نقط):

نعبر عن نسبة الكحول التي شربها شخص ما بالعلاقة $f(t)$ مقدره بـ (gl^{-1}) ، دالة f تحقق على \mathbb{R}_+ المعادلة التفاضلية التالية : $y' + y = ae^{-t}$ (E) بحيث t هو الزمن المر بعد شرب الكحول مقدر بالساعات و a ثابت يتعلق بشروط التجربة .

1 - نضع من أجل كل t من \mathbb{R}_+ : $g(t) = f(t)e^t$ بين أن g دالة تآلفية .

2 - استنتج عبارة $f(t)$ بدلالة t و a علما أن $f(0) = 0$.

3 - نفرض في هذا السؤال أن $a = 5$

(أ) ادرس تغيرات الدالة f وارسم منحناها في معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

(ب) عين أعلى نسبة كحول يمكن الوصول إليها والزمن اللازم لذلك .

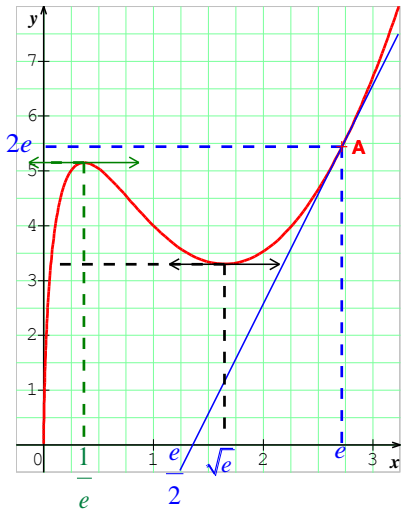
(ت) هل توجد قيمة لـ t بحيث تكون : $f(t) = 0,5$ ؟ علل .

التمرين الثالث : (07 نقط)

1. بين أنه من أجل كل $x > 0$ ، $e^{2x} - 1 > 0$. 2. نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = \frac{1}{e^{2x} - 1}$

أ- عين نهايات الدالة g عند 0 و عند $+\infty$. فسر بيانيا النتائج المحصل عيها ب- احسب $g'(x)$. ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

II . نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$. في الشكل الموالي مرسوم تمثيلها البياني e في معلم متعامد $(O; \vec{i}, \vec{j})$ و مماسه



عند النقطة A التي فاصلتها e يقطع محور الفواصل في النقطة التي فاصلتها $\frac{e}{2}$.

نقبل أن $f(x) = 2x(a(\ln x)^2 + b \ln x + c)$ حيث a, b, c أعداد حقيقية

1. احسب $f'(x)$ بدلالة a, b, c .

2. باستعمال المعلومات المتوفرة في الشكل عين $f'(\frac{1}{e})$ ، $f'(\sqrt{e})$ و $f'(e)$.

3. استنتج أن $f(x) = 2x(2(\ln x)^2 - 3 \ln x + 2)$.

4. عين نهاية f عند 0 (يمكن وضع $t = -\ln x$)

5. عين نهاية f عند $+\infty$.

6. بين أنه من أجل كل $x \in]0; +\infty[$ ، $f'(x) = 2(\ln x + 1)(2 \ln x - 1)$

7. ادرس إشارة $f'(x)$ و شكل جدول تغيرات f .

III . 1. لتكن الدالة φ المعرفة على $[0, 1; 0, 3]$:- $\varphi(x) = f(x) - g(x)$

1. أ- بين أنه من أجل كل $x \in [0, 1; 0, 3]$ ، $\varphi'(x) > 0$

ب- بين أن المعادلة $f(x) = g(x)$ تقبل حلا واحدا α على المجال $[0, 1; 0, 3]$.

3. نعتبر الدالة h المعرفة على $]0; +\infty[$:- $h = g \circ f$

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة h على $]0; +\infty[$.

د- عين قيمة مقربة إلى 10^{-4} للعدد $h(\alpha)$

2. بين أنه من أجل $x > 0$ ، $f(x) > 0$.

أ - عين نهايات الدالة h عند 0 و عند $+\infty$

ج- بين أن $h(\alpha) = (g \circ g)(\alpha)$

التمرين الرابع : (03 نقط)

في كل من العبارات التالية اذكر الصحيحة من الخاطئة مع العليل :

1. لتكن f و g دالتان معرفتان على $]0; +\infty[$ بحيث $g(x) \neq 0$

إذا كانت $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ فإن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = -1$

2. إذا كانت f دالة معرفة على $]0; +\infty[$ حيث $0 \leq f(x) \leq \sqrt{x}$ فإن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$

3. إذا كانت f دالة معرفة على $] -1; +\infty[$:- $f(x) = -2x^2 + \frac{1}{x+1}$ فإن تمثيلها البياني يقبل منحنى مقارب

معادلة له $y = 2x^2$.