

الموضوع 1 : النص

نعتبر الدالة f المعرفة على $[0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{\ln(x+3)}{x+3}$

1 | بين أن f قابلة للإشتقاق على $[0; +\infty[$. أدرس إشارة دالتها المشتقة f' ، نهايتها عند $+\infty$ ثم شكل جدول تغيراتها .

2 | نعرف المتتالية $(u_n)_{n>0}$ بحددها العام $u_n = \int_n^{n+1} f(x)dx$.

(a) برر أن إذا $n \leq x \leq n+1$ فإن $f(n) \leq f(x) \leq f(n+1)$.

(b) بين ، بدون حساب u_n ، أن من أجل كل عدد طبيعي n ، فإن :

$$f(n) \leq u_n \leq f(n+1)$$

(c) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم عين نهايتها .

3 | لتكن F الدالة المعرفة على $[0; +\infty[$ بـ : $F(x) = [\ln(x+3)]^2$.

(a) برر قابلية الإشتقاق الدالة F على $[0; +\infty[$ ثم احسب $F'(x)$.

(b) نضع ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $I_n = \int_0^n f(x)dx$. أحسب I_n .

4 | نضع ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$.

أحسب S_n . هل المتتالية (S_n) متقاربة ؟