

الموضوع 3 : النص

1° من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، نعتبر الدالة f_n المعرفة على $]0; +\infty[$

$$f_n(x) = \ln x + \frac{x}{n} - 1 \quad \text{بـ :}$$

- a. عين نهايات f_n عند 0 و عند $+\infty$ ثم ادرس تغيرات f_n .
- b. بين أن المعادلة $f_n(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا في $]0; +\infty[$. نسمي α_n هذا الحل . بين أنه ينتمي إلى المجال $[1; e[$.

2° المستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. نسمي (Γ) المنحني البياني للدالة لوغاريتم النيبيري .

- a. ليكن n عددا حقيقيا غير معدوما . عين معادلة للمستقيم Δ_n الذي يشمل النقطة A إحداثيتها $(0;1)$ و النقطة B_n إحداثيتها $(n;0)$.
- b. أرسم المنحني (Γ) و المستقيمات Δ_1 ، Δ_2 ، Δ_3 .
- c. بين أن α_n هي فاصلة نقطة تقاطع (Γ) مع Δ_n .
- d. عين قيمة α_1 ثم جد تخمينا حول اتجاه تغيرات المتتالية (α_n) .

- 3° a. أحسب $\ln(\alpha_n)$ بدلالة n و α_n .
- b. أحسب $f_{n+1}(\alpha_n)$ بدلالة n و α_n ثم تحقق أن $f_{n+1}(\alpha_n) < 0$.
- c. استنتج من السؤال السابق اتجاه تغيرات المتتالية (α_n) .
- d. بين أن المتتالية (α_n) متقاربة . نسمي l نهايتها . بين أن $\ln(l) = 1$ و استنتج قيمة l .



4° نسمي D_n الحيز للمستوي المحدد بـ (Γ) والمستقيمت التي معادلتها $y = 0$ ،
 . $x = e$ و $x = \alpha_n$

a. احسب مساحة الحيز D_n ثم تحقق أن هذه المساحة تساوي $\frac{\alpha_n^2}{n}$.

b. بين أن $(e - \alpha_n) \ln(\alpha_n) \leq \frac{\alpha_n^2}{n} \leq (e - \alpha_n)$.

c. استنتج حصر الـ $n(e - \alpha_n)$.

d. هل المتتالية التي حدها العام $n(e - \alpha_n)$ متقاربة ؟