

الحل : 10

نسمي الخاصية $p(n)$ $3^{2n+1} + 2^{n+2}$ مضاعف للعدد 7
المرحلة 1

نتأكد من صحة $P(0)$:

$$3^{2(0)+1} + 2^{0+2} = 3 + 4 = 7$$

و 7 مضاعف للعدد 7

ادن $P(0)$ صحيحة

المرحلة 2

ونبرهن $P(n+1)$
نفرض الخاصية $P(n)$ صحيحة من أجل عدد طبيعي n عن صحة

$$3^{2n+1} + 2^{n+2}$$

أي يوجد عدد طبيعي k حيث :

$$3^{2n+1} + 2^{n+2} = 7k$$

$$3^{2n+1} = 7k - 2^{n+2} \quad \text{ومنه}$$

$$3^{2(n+1)+1} + 2^{(n+1)+2} = 3^{2n+2+1} + 2^{n+1+2}$$

$$= 3^{(2n+1)+1} + 2^{(n+2)+1}$$

$$= 7k \times 9 - 2^{n+2} \times 9 + 2^{n+2} \times 2$$

$$= 7k \times 9 - 2^{n+2}(9-2)$$

$$= 7k \times 9 - 2^{n+2} \times 7$$

$$= 7(9k - 2^{n+2})$$



بما أن k و n عددين طبيعيين
عدد صحيح نسبي
فان : $9k - 2^{n+2}$
ادن

$$7 \text{ مضاعف للعدد } 3^{2(n+1)+1} + 2^{(n+1)+2}$$

النتيجة

من اجل كل عدد طبيعي n

$$7 \text{ مضاعف للعدد } 3^{2n+1} + 2^{n+2}$$