



الحل: 09

$$\text{PGCD}(a, b) = 5$$

توجد ثنائية من الأعداد الطبيعية (a', b') حيث:

$$\text{PGCD}(a', b') = 1 \quad \text{و} \quad b = 5b' \quad \text{و} \quad a = 5a'$$

$$a^2 - b^2 = 200$$

$$(5a')^2 - (5b')^2 = 200$$

$$25(a'^2 - b'^2) = 200$$

$$(a' - b')(a' + b') = 8$$

$$\begin{cases} a' - b' = 1 \\ a' + b' = 8 \end{cases} \Rightarrow 2a' = 9 \Rightarrow a' = \frac{9}{2} \quad \text{مرفوض}$$

$$\begin{cases} a' - b' = 2 \\ a' + b' = 4 \end{cases} \Rightarrow 2a' = 6 \Rightarrow a' = 3 \Rightarrow b' = 1$$

الثنائية الوحيدة التي تحقق هي:

$$(a, b) = (15, 5)$$