حلّ – 09 -

1) المثلث BCD قائم في C : نجد $BD=\sqrt{2}$ باستعمال مبرهنة فيتاغورس.

المثلث FBD قائم في B : نجد $FD=\sqrt{3}$ باستعمال مبرهنة فيتاغورس.

نجد بنفس الكيفية أن $BH=\sqrt{3}$.

2) نحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{OF}\bullet\overrightarrow{OH}$ بطريقتين مختلفتين :

- $\overrightarrow{OF}\bullet\overrightarrow{OH}=\frac{1}{4}\overrightarrow{DF}\bullet\overrightarrow{BH}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BF}\right)\bullet\overrightarrow{BH}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{DB}\bullet\overrightarrow{BH}+\overrightarrow{BF}\bullet\overrightarrow{BH}\right)$

  $\overrightarrow{OF}\bullet\overrightarrow{OH}=\frac{1}{4}\left(-DB^2+BF^2\right)=-\frac{1}{4}$.
- $\overrightarrow{OF}\bullet\overrightarrow{OH}=OF\times OH\times\cos\alpha=\frac{3}{4}\cos\alpha$.

نستنتج أن $\frac{3}{4}\cos\alpha=-\frac{1}{4}$ أي $\cos\alpha=-\frac{1}{3}$ و الحاسبة تعطينا $\alpha\approx 109^\circ$.

3) نبيّن أن $\overrightarrow{FD}$ يعامد شعاعين من المستوي (EGB) :

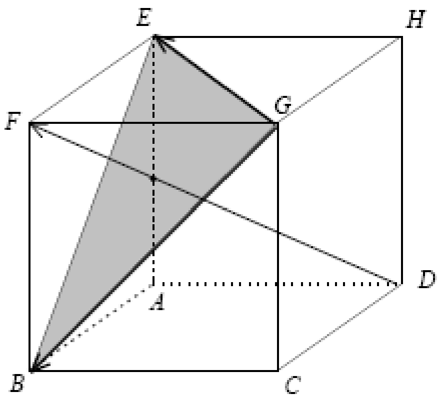
- نبيّن أن $\overrightarrow{FD}$ يعامد $\overrightarrow{GE}$: $\overrightarrow{FD}\bullet\overrightarrow{GE}=\left(\overrightarrow{FG}+\overrightarrow{GH}+\overrightarrow{HD}\right)\bullet\overrightarrow{GE}=\overrightarrow{FG}\bullet\overrightarrow{GE}+\overrightarrow{GH}\bullet\overrightarrow{GE}+\overrightarrow{HD}\bullet\overrightarrow{GE}$

  إذن $\overrightarrow{FD}\bullet\overrightarrow{GE}=-FG^2+GH^2+0=0$.
- نحسب بنفس الكيفية $\overrightarrow{FD}\bullet\overrightarrow{GB}$ و نجد $\overrightarrow{FD}\bullet\overrightarrow{GB}=0$.

نستنتج أن المستقيم (FD) يعامد المستوي (EGB) .

4) $\overrightarrow{FD}(-1;1;-1)$ شعاع ناظمي للمستوي (EGB) **إذن** (EGB) يقبل معادلة ديكارتية من الشكل $-x+y-z+d=0$ **.** بماأن النقطة $B(1;0;0)$ تنتمي إلى المستوي (EGB) فإن $d=1$ **.** نستنتج أن $-x+y-z+1=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (EGB).

5) المسافة بين النقطة $O\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ و المستوي (EGB) هي : $\frac{\left|-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}+1\right|}{\sqrt{(-1)^2+1^2+(-1)^2}}=\frac{\sqrt{3}}{6}$



.