C.N.I.I.P.D.T.I.C.E

حل 01

1) حل المعادلة (II)

- حساب المميز :

$\Delta = -8+6i$

- نعيين الجذرين التربيعيين لـ: Δ :

$a+ib$ جذر تربيعي لـ: Δ يكافئ $(a+ib)=-8+6i$....(*)

(*) تكافئ $\begin{cases} a^2-b^2=-8 \\ 2ab=6 \end{cases}$

لاحظ أن $|a+ib|=|-8+6i|$ (حسب(*))، إذن $a^2+b^2=10$

(*) تكافئ عندئذ $\begin{cases} a^2-b^2=-8 \\ a^2+b^2=10 \\ 2ab=6 \end{cases}$ أي $\begin{cases} (a^2+b^2)+(a^2-b^2)=2 \\ (a^2+b^2)-(a^2-b^2)=18 \\ ab=3 \end{cases}$

إذن $\begin{cases} 2a^2=2 \\ 2b^2=18 \\ ab=3 \end{cases}$ **أي** $\begin{cases} a^2=1 \\ b^2=9 \\ ab=3 \end{cases}$

$a^2=1$ يكافئ $a=-1$ أو $a=1$ و $b^2=9$ يكافئ $b=-3$ أو $b=3$

و بماأن $ab=3$ فإن $\begin{cases} a=1 \\ b=-3 \end{cases}$ أو $\begin{cases} a=1 \\ b=3 \end{cases}$.

الجذران التربيعيان لـ: Δ هما $-1-3i$ و $1+3i$ ز

- مميز (II) هو: $\Delta=(1+3i)^2$. نحل المعادلة(II) و نجد الجذرين: $2+2i$ و $1-i$.

2) $1^3-(4+i)\times 1^2+(7+i)\times 1-4=0$ إذن إذن 1 حل للمعادلة(I).

بماأن 1حل لـ: $P(z)=z^3-(4+i)z^2+(7+i)z-4=0$ فإنه يمكن تحليل $P(z)$:

$P(z)=(z-1)\left(az^2+bz+c\right)$

و $z^3-(4+i)z^2+(7+i)z-4=(z-2)\left(az^2+bz+c\right)$ يكتب أيضا :

$z^3-(4+i)z^2+(7+i)z-4=az^3+(b-a)z^2+(c-b)z-c$......(*) .

تكون المساواة (*) محققة من أجل كل عدد مركب z إذا و فقط إذا كان :

C.N.I.I.P.D.T.I.C.E

أي (I) $\begin{cases} a = 1 \\ b - a = -4 - i \\ c - b = 7 + i \\ -c = -4 \end{cases}$ أي (I) $\begin{cases} a = 1 \\ b = -3 - i \\ c = 4 \end{cases}$ تكتب عندئذ $(z-1)\left[z^2-(3+i)z+4\right]=0$.

3) حل المعادلة (I)

$(z-1)\left[z^2-(3+i)z+4\right]=0$ تكافئ $z=1$ أو $z^2-(3+i)z+4=0$.

$z^2-(3+i)z+4=0$ هي المعادلة (II) السابقة ، حلول (I) هي إذن $2+2i$ ، $1-i$ و 1.

لدينا $|2+2i|=\sqrt{8}$ ، $|1-i|=\sqrt{2}$ ، $|1|=1$ إذن $|1|<|1-i|<|2+2i|$ ، نستنتج أن

$z_1=1$ ، $z_2=1-i$ ، $z_3=2+2i$.

4) نضع $z_A=z_1=1$ ، $z_B=z_2=1-i$ ، $z_C=z_3=2+2i$.

(1-4) تعيين **G** :

نسمي z_G لاحقة G ، $z_G=\dfrac{z_A-2z_B-z_C}{-2}=\dfrac{3}{2}$.

(2-4) حساب GA ، GB ، GC:

$GA=|z_A-z_G|=\dfrac{1}{2}$ ، $GB=|z_B-z_G|=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ ، $GC=|z_B-z_G|=\dfrac{\sqrt{17}}{2}$.

(3-4) تعيين المجموعة (Γ):

$M\in(\Gamma)$ تكافئ $\overrightarrow{MA}^2-2\overrightarrow{MB}^2-\overrightarrow{MC}^2=-\dfrac{17}{2}$

أي $\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}\right)^2-2\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}\right)^2-\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC}\right)^2=-\dfrac{17}{2}$

أي $-2\overrightarrow{MG}^2+\overrightarrow{GA}^2-2\overrightarrow{GB}^2-\overrightarrow{GC}^2+2\overrightarrow{MG}\cdot\left(\overrightarrow{GA}-2\overrightarrow{GB}-\overrightarrow{GC}\right)=-\dfrac{17}{2}$

G هي مرجح الجملة $\{(A;1),(B;-2),(C;-1)\}$ إذن $\overrightarrow{GA}-2\overrightarrow{GB}-\overrightarrow{GC}=\vec{0}$.

إذن $M\in(\Gamma)$ تكافئ $-2\overrightarrow{MG}^2+\overrightarrow{GA}^2-2\overrightarrow{GB}^2-\overrightarrow{GC}^2=-\dfrac{17}{2}$

أي $-2\overrightarrow{MG}^2+\dfrac{1}{4}-\dfrac{10}{4}-\dfrac{17}{4}=-\dfrac{17}{2}$ (حسب السؤال (2-4)) إذن $MG=1$.

(Γ) هي الدائرة التي مركزها $G\left(\dfrac{3}{2};0\right)$ و نصف قطرها 1 ، إذن معادلتها

$\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+y^2=1$.