حلّ 05

Q هي صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}$، منه $\overrightarrow{BQ} = \vec{u}$. لدينا إذن $z_Q - z_B = -1 + \frac{5}{2}i$

أي $z_Q = \frac{3}{2} - 6i - 1 + \frac{5}{2}i$ أي $z_Q = \frac{1}{2} - \frac{7}{2}i$.

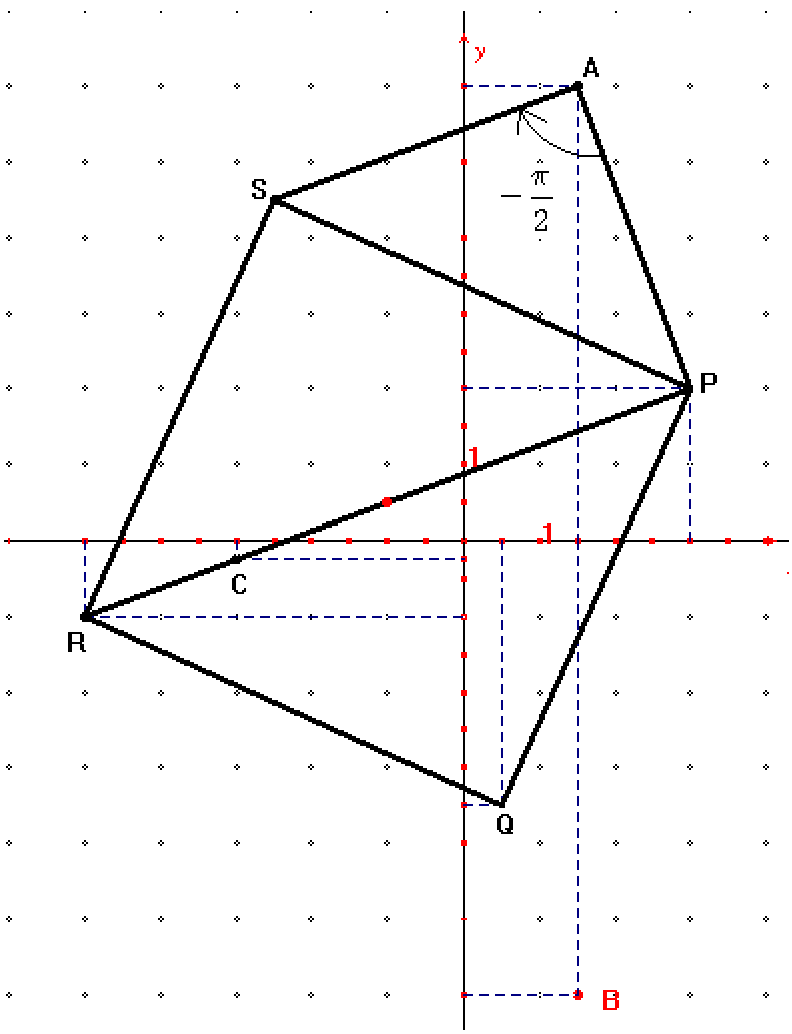
2) R هي صورة P بالتحاكي الذي مركزه C و نسبته $-\frac{1}{3}$، منه $\overrightarrow{CR} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{CP}$. لدينا

إذن $z_R - z_C = -\frac{1}{3}(z_P - z_C)$ أي $z_R + 3 + \frac{1}{4}i = -\frac{1}{3}\left(3 + 2i + 3 + \frac{1}{4}i\right)$ أي $z_R = 5 - i$

3) S هي صورة P بالدوران الذي مركزه A و زاويته $-\frac{\pi}{2}$، منه $z_S - z_A = e^{-i\frac{\pi}{2}}(z_P - z_A)$

أي $z_S = \frac{3}{2} + 6i - i\left(3 + 2i - \frac{3}{2} - 6i\right)$ أي $z_S = -\frac{5}{2} + \frac{9}{2}i$.

4) إنشاء النقط P، Q، R و S



5) لاحقة $\overrightarrow{SP}$ هي $z_P - z_S = (3+2i) - \left(-\frac{5}{2} + \frac{9}{2} i\right) = \frac{11}{2} - \frac{5}{2} i$

لاحقة $\overrightarrow{RQ}$ هي $z_Q - z_R = \left(\frac{1}{2} - \frac{7}{2} i\right) - (-5 - i) = \frac{11}{2} - \frac{5}{2} i$

إذن $\overrightarrow{SP} = \overrightarrow{RQ}$ ، نستنتج أن ***PQRS*** متوازي أضلاع .

6) و $\frac{z_R - z_Q}{z_P - z_Q} = \frac{-5 - i - \frac{1}{2} + \frac{7}{2} i}{3+2i - \frac{1}{2} + \frac{7}{2} i} = \frac{-\frac{11}{2}+\frac{5}{2} i}{\frac{5}{2}+\frac{11}{2}i} = \frac{i\left(\frac{5}{2}+\frac{11}{2}i\right)}{\frac{5}{2}+\frac{11}{2}i} = i$

إذن $z_R - z_Q = i(z_P - z_Q)$ و منه $z_R - z_Q = e^{i\frac{\pi}{2}}(z_P - z_Q)$ ، نستنتج أن

R هي صورة P بالدوران الذي مركزه Q و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

نستنتج أن ***PQRS*** مربع.

7) النقط P، Q، R و S هي رؤوس مربع، إذن تنتمي إلى دائرة (Γ) مركزها المنتصف Ω للقطعة $[PR]$ و نصف قطرها ΩP .

$z_\Omega = \frac{1}{2}(z_P+z_R) = -1 + \frac{1}{2} i$ و $\Omega P = |z_P - z_\Omega| = \left|4 + \frac{3}{2} i\right| = \frac{1}{2}\sqrt{73}$

(Γ) هي الدائرة التي مركزها Ω و نصف قطرها $\frac{1}{2}\sqrt{73}$.

8) لاحقة $\overrightarrow{AP}$ هي $z_P - z_A = \frac{3}{2} - 4i$ و لاحقة $\overrightarrow{RP}$ هي $z_P - z_R = 8+3i$.

إحداثيات $\overrightarrow{AP}$ و $\overrightarrow{RP}$ هي $\left(\frac{3}{2};-4\right)$ و $(8;3)$ على الترتيب و منه $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{RP} = \frac{3}{2} \times 8 + (-4)\times 3 = 0$ إذن $\overrightarrow{AP}$ و $\overrightarrow{RP}$ متعامدان,

المستقيم (AP) يعامد القطر $[RP]$ في P و منه (AP) مماس للدائرة (Γ) في النقطة P .