حل- 02 -

1) $z = x + iy$ ، x **و** y عددان حقيقيان .

لدينا $z^2 = (x+iy)^2 = x^2 - y^2 + 2ixy$ و $|z|^2 = \left(\sqrt{x^2+y^2}\right)^2 = x^2 + y^2$

$z^2 + 2|z|^2 - \frac{3}{4} = 0$ يكافئ $x^2 - y^2 + 2ixy + 2\left(x^2+y^2\right) - \frac{3}{4} = 0$

$z^2 + 2|z|^2 - \frac{3}{4} = 0$ يكافئ $\left(x^2 - y^2 + 2x^2 + 2y^2 - \frac{3}{4}\right) + 2ixy = 0$

$z^2 + 2|z|^2 - \frac{3}{4} = 0$ يكافئ $\left(3x^2 + y^2 - \frac{3}{4}\right) + 2ixy = 0$

من أجل $x = 0$ **:** $y^2 - \frac{3}{4} = 0$ **إذن** $y = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ **أو** $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$ **أي** $\begin{cases} x = 0 \\ y = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$ **و** $\begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$

من أجل $y = 0$: $12x^2 - 3 = 0$ إذن $x = -\frac{1}{2}$ **أو** $x = \frac{1}{2}$ **أي** $\begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = 0 \end{cases}$ و $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 0 \end{cases}$

تقبل المعادلة $z^2 + 2|z|^2 - \frac{3}{4} = 0$ أربعة حلول هي $\frac{1}{2}$ et $-\frac{1}{2}$, $i\frac{\sqrt{3}}{2}$, $-i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

2)

- $Arg\left(-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \equiv -\frac{\pi}{2}[2\pi]$ لأن $-i\frac{\sqrt{3}}{2}$ تخيلي صرفا و جزءه التخيلي سالب

  $Arg\left(i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ لأن $i\frac{\sqrt{3}}{2}$ تخيلي صرفا و جزءه التخيلي موجب

  و بماأن $-\frac{1}{2} \in \mathbb{R}^-$ و $-\frac{1}{2} \in \mathbb{R}^+$ فإن $z_1 = -\frac{1}{2}$ و $z_2 = i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

- كتابة $z_1 + z_2$ على الشكل الأسي :

$$z_1 + z_2 = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$|z_1 + z_2| = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 1$ و $Arg\left(z_1 + z_2\right) \equiv \frac{2\pi}{3}[2\pi]$ إذن $z_1 + z_2 = e^{i\frac{2\pi}{3}}$.