C.N.I.I.P.D.T.I.C.E

حل-05-

1) $1^3-(1-2\sin\alpha)\times 1^2+(1-2\sin\alpha)\times 1-1=1-1+2\sin\alpha+1-2\sin\alpha-1=0$

1 يحقق المعادلة $(*)$ إذن 1 حل لـ: $(*)$.

2)

- 1 حل لـ: $(*)$، إذن من أجل كل عدد مركب z لدينا :

$$z^3-(1-2\sin\alpha)z^2+(1-2\sin\alpha)z-1=(z-1)(az^2+bz+c)$$
$$=az^3+(b-a)z^2+(c-b)z-c$$

نستنتج أن $\begin{cases} a=1 \\ b-a=-1+2\sin\alpha \\ c-b=1-2\sin\alpha \\ c=1 \end{cases}$ أي $\begin{cases} a=1 \\ b=2\sin\alpha \\ c=1 \end{cases}$

و منه $z^3-(1-2\sin\alpha)z^2+(1-2\sin\alpha)z-1=(z-1)(z^2+2\sin\alpha\, z+1)$.

- المعادلة $(*)$ تكافئ $(z-1)(z^2+2\sin\alpha\, z+1)=0$

تكافئ $z=1$ أو $z^2+2\sin\alpha\, z+1=0$

نحل المعادلة $z^2+2\sin\alpha\, z+1=0$: مميزها هو $\Delta=(2\sin\alpha)^2-4$

أي $\Delta=4(\sin^2\alpha-1)=-4\cos^2\alpha=(2\cos\alpha)^2$

تقبل هذه المعادلة حلين هما

$$z'=\frac{-2\sin\alpha+2i\cos\alpha}{2}=-\sin\alpha+i\cos\alpha$$

و $$z''=\frac{-2\sin\alpha-2i\cos\alpha}{2}=-\sin\alpha-i\cos\alpha$$

تقبل المعادلة $(*)$ ثلاثة حلول : 1 ؛ $-\sin\alpha+i\cos\alpha$ ؛ $-\sin\alpha-i\cos\alpha$.

3) كتابة z_1 ، z_2 و z_3 على الشكل الأسي

- $z_1=1=e^{io}$
- $z_2=-\sin\alpha+i\cos\alpha=i(\cos\alpha+i\sin\alpha)=i\,e^{i\alpha}=e^{i\frac{\pi}{2}}e^{i\alpha}=e^{i\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)}$
- $z_3=-\sin\alpha-i\cos\alpha=\overline{z_2}=e^{-i\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)}$