حلّ – 01 -

(1

$M(x;y;z)\in(\Delta)$ يعني $x=t$ و $y=t\sqrt{3}$ و $z=t$ مع $t\in\mathbb{R}$

و $\begin{cases}x^2+y^2=t^2+\left(t\sqrt{3}\right)^2\\ z^2=(2t)^2\end{cases}$ أي $\begin{cases}x^2+y^2=4t^2\\ z^2=4t^2\end{cases}$، نستنتج أن M تنتمي إلى السطح المخروطي (C)

منه (Δ) مولد للسطح المخروطي (C).

(2

(1-2)

(H) هي تقاطع (C) و المستوي (Q) .

نقطة $M(x;y;z)$ تنتمي إلى (H) إذا و فقط إذا كان $\begin{cases}x^2+y^2=z^2\\ y=3\end{cases}$ أي

$\begin{cases}x^2+9=z^2\\ y=3\end{cases}$.

لدينا $\overrightarrow{\Omega M}=x\,\vec{i}+(y-3)\,\vec{j}+z\,\vec{k}$ و بماأن $M\in(Q)$ فإن $z=3$ و منه $\overrightarrow{\Omega M}=x\,\vec{i}+z\,\vec{k}$

إذن إحداثيا M في المعلم $\left(\Omega;\vec{i},\vec{k}\right)$ هما $(x;z)$.

معادلة (H) في المعلم $\left(\Omega;\vec{i},\vec{k}\right)$ من (Q) هي $x^2+9=z^2$.

(2-2)

- معادلة (H) في المعلم $\left(\Omega;\vec{i},\vec{k}\right)$ من (Q) هي $x^2+9=z^2$.

$x^2+9=z^2$ تكافئ $z=\sqrt{x^2+9}$ أو $z=-\sqrt{x^2+9}$

(H) هي إتحاد المنحني الذي معادلته $z=\sqrt{x^2+9}$ و المنحني الذي معادلته $z=-\sqrt{x^2+9}$

و f هي الدّالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\sqrt{x^2+9}$.

- لدينا $\lim_{x\to+\infty}\left(x^2+9\right)=+\infty$ و $\lim_{x\to-\infty}\left(x^2+9\right)=+\infty$

إذن $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$

f تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ و $f'(x)=\dfrac{2x}{2\sqrt{x^2+9}}$.

إشارة $f'(x)$ هي إشارة x .

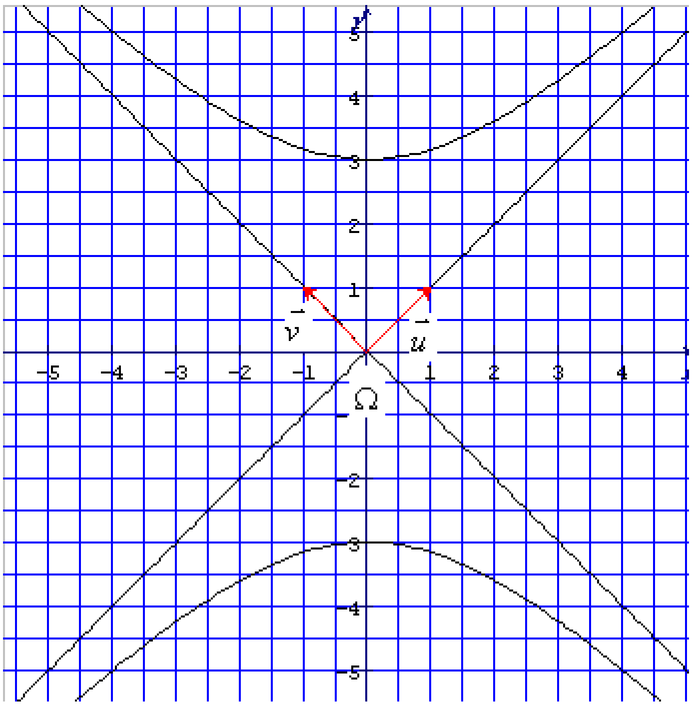
نستنتج جدول التغيرات:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	
f	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x\sqrt{1+\dfrac{9}{x^2}}}{x} = 1 \\ \lim\limits_{x \to +\infty} \left[f(x) - x\right] = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{9}{\sqrt{x^2+9}+x} = 0 \end{cases}$$

إذن المنحني الذي يمثل الدالة f يقبل، لما x يؤو ل إلى $+\infty$ ، مستقيما مقاربا مائلا معادلته $y = x$.

المنحني الذي يمثل الدالة $x \xrightarrow{f} \sqrt{x^2+9}$ و المنحني الذي يمثل الدالة $x \xrightarrow{-f} -\sqrt{x^2+9}$ متناظران بالنسبة إلى محور الفواصل.



(3-2) $M(x;z)$ هي نقطة في المعلم $(\Omega;\vec{i},\vec{k})$ إذن $\overrightarrow{\Omega M}=x\vec{i}+z\vec{k}$

و بماأن $\vec{u}=\vec{i}-\vec{k}$ و $\vec{v}=\vec{i}+\vec{k}$ فإن $\vec{u}+\vec{v}=2\vec{i}$ و $\vec{v}-\vec{u}=2\vec{k}$

إذن $\overrightarrow{\Omega M}=x\vec{i}+z\vec{k}=x\dfrac{\vec{u}+\vec{v}}{2}+z\dfrac{\vec{v}-\vec{u}}{2}=\dfrac{x-z}{2}\vec{u}+\dfrac{x+z}{2}\vec{v}$

(4-2) $(X;Z)$ هما إحداثيا M في المعلم $(\Omega;\vec{u},\vec{v})$ إذن $\overrightarrow{\Omega M}=X\vec{u}+Z\vec{v}$

نستنتج من السؤال السابق أن $\begin{cases} X=\dfrac{x-z}{2} \\ Z=\dfrac{x+z}{2} \end{cases}$

معادلة (H) في المعلم $(\Omega;\vec{i},\vec{k})$ من (Q) هي $x^2+9=z^2$ أي $(x+z)(x-z)=-9$

أي $\dfrac{(x+z)}{2}\times\dfrac{(x-z)}{2}=-\dfrac{9}{4}$

إذن معادلة (H) في المعلم $(\Omega;\vec{u},\vec{v})$ من (Q) هي $XZ=-\dfrac{9}{4}$.