

**تمرين 10: (العدّ - القانون الثنائي)**

يقوم مُمَوَّنٌ ببيع نوعين أسلاك  $C_1$  و  $C_2$ ، بحيث تتضمن كل شحنة يبيعهها 20% من النوع  $C_1$  و 80% من النوع  $C_2$ .  
الجزءان (أ) و(ب) مستقلان عن بعضهما.

**الجزء (أ):**

لا يطلب في هذا الجزء أي حساب تقريبي.

نأخذ عشوائيا 4 أسلاك من شحنة تتكوّن 50 سلكا.

(1) أعط احتمال تحقق الحادثة E : « نتحصل على 4 أسلاك من النوع  $C_1$  »

(2) أعط احتمال تحقق الحادثة F:

« نتحصل على سلك واحد من النوع  $C_1$  و 3 أسلاك من النوع  $C_2$  »

(3) أعط احتمال تحقق الحادثة G: « نتحصل على سلك واحد على الأقل من النوع  $C_1$  »

**الجزء (ب):**

في هذا الجزء نأخذ عشوائيا سلكا واحدا من شحنة ونسجل نوعه ثم نعيده إلى هذه الشحنة. نرمز لهذه التجربة بالرمز  $\mathcal{E}$  ونكررها  $n$  مرّة. ليكن  $X$  عدد الأسلاك من النوع  $C_1$  التي نتحصل عليها بهذه الطريقة.

(1) نفرض أن  $n = 4$ . تعطى النتائج بتقريب قدره  $10^{-4}$  بالنقصان.

(أ) احسب احتمال الحصول على سلكين من النوع  $C_1$ .

(ب) احسب احتمال الحصول على سلك واحد على الأقل من النوع  $C_1$ .

(ج) احسب الأمل الرياضي  $E(X)$ .

(2) في هذا السؤال  $n$  مجهول.

(أ) عبّر عن  $P(X \dots 1)$  بدلالة  $n$ .

(ب) كم من مرّة يجب تكرار التجربة  $\mathcal{E}$  حتى نستطيع القول أننا متأكدين بنسبة 90% من

أننا سنحصل على سلك واحد على الأقل من النوع  $C_1$ ؟

(1) في هذا السؤال  $n$  مجهول.

(أ) نعبر عن  $P(X \dots 1)$  بدلالة  $n$ .

لدينا حسب ما سبق:  $P(X \dots 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0,8^n$ .

(ب) البحث عن  $n$  عدد تكرارات التجربة  $\mathcal{E}$  حتى نستطيع القول بأننا متأكدين بنسبة 90%

من أننا سنحصل على سلك واحد على الأقل من النوع  $C_1$ ؟

البحث  $n$  عن يعود إلى حل المتراحة  $0,9 \dots P(X \dots 1)$ .

لدينا:  $P(X \dots 1) \dots 0,9$

منه  $0,9 \approx 0,8^n$  وبالتالي  $1 - 0,8^n \approx 0,1$

بتطبيق خواص اللوغاريتم نجد:  $n \ln 0,8 \approx \ln 0,1$

وحيث  $\ln 0,8 < 0$  نجد  $n \approx \frac{\ln 0,1}{\ln 0,8}$

وبما أن  $10,32 \approx \frac{\ln 0,1}{\ln 0,8}$  بتقريب قدره  $10^{-2}$  بالنقصان و  $n$  عدد طبيعي، فإن  $n \dots 11$ .

نستنتج أنه نحتاج إلى تكرار التجربة 11 مرّة على الأقل لكي نستطيع القول بأننا متأكدين بنسبة 90% من أننا سنحصل على سلك واحد على الأقل من النوع  $C_1$ .