

حل- 7 :-

1. لحساب احتمال تحقق الحادثة A ، نستعمل الدستور:

$$P(A) = \frac{\text{عدد الحالات الممكنة}}{\text{عدد الحالات المناسبة}}$$

طريقة أولى: (تطبيق المبدأ الأساسي للعدّ)

• حساب عدد الحالات الممكنة:

للتلميذ الأوّل 10 إمكانيات لاختيار نكهة.

من أجل كل اختيار الشخص الأوّل، توجد 10 إمكانية لاختيار نكهة من قبل الشخص الثاني.
من أجل كل اختيار للشخصين الأوّل والثاني، توجد 10 إمكانيات لاختيار نكهة من قبل الشخص الثالث.

إذن هنالك في المجموع $10 \times 10 \times 10$ أي 10^3 إمكانية لاختيار ثلاث نكهات من قبل الأشخاص الثلاثة.

منه عدد الحالات الممكنة هو 1000.

• حساب عدد الحالات المناسبة:

لشخص الأوّل 10 إمكانيات لاختيار نكهة.

من أجل كل اختيار الشخص الأوّل، توجد 9 إمكانية لاختيار نكهة من قبل الشخص الثاني.

(لأنّ الشخص الأوّل نكهة واحدة وبقي للشخص الثاني 9 نكهات يختار منها واحدة)

من أجل كل اختيار للشخصين الأوّل والثاني، توجد 8 إمكانيات لاختيار نكهة من قبل الشخص الثالث. (لأنّ الشخص الثالث يختار نكهة تختلف عن ما اختاره الشخصان السابقان)

إذن هنالك في المجموع $10 \times 9 \times 8$ أي 720 إمكانية لاختيار ثلاث نكهات من قبل الأشخاص الثلاثة.

منه عدد الحالات المناسبة هو: 720.

$$P(A) = \frac{720}{1000} = 0,72$$

وبالتالي نجد:

طريقة ثانية: (باستعمال مفاهيم في العدّ)

نعتبر المجموعة E ذات العناصر $\{a ; b ; c ; d ; e ; f ; g ; h ; i ; j\}$ حيث يرمز كل حرف إلى نكهة.

كل اختيار لنكهة من قبل الأشخاص الثلاثة تقابله قائمة ذات 3 حروف من بين 10.

مثلا القائمة gag تعني أنّ الشخص الأوّل اختار النكهة g ، والثاني اختار النكهة a والثالث اختار النكهة g.

منه عدد الحالات الممكنة هو عدد هذه القوائم وهو 10^3 .

بينما نجد أنّ عدد الحالات المناسبة لاختيار 3 نكهات مختلفة من بين 10 من قبل الأشخاص الثلاثة هو عدد الترتيبات ذات 3 عناصر من بين 10 وهو $A_{10}^3 = 720$.

$$P(A) = \frac{720}{1000} = 0,72$$

ومنه نجد

2. تعيين القيم الممكنة للمتغير X .

$$P(X = 3) = P(A) = \frac{720}{1000} = 0,72$$

• حساب $P(X = 1)$.

عدد الحالات المناسبة هو 10^3 ، لأن للشخص الأول 10 إمكانيات لاختيار نكهة بينما ليس لبقية الشخصين سوى اختيار واحد وهو نفس اختيار نفس النكهة التي اختارها الشخص الأول.

$$P(X = 1) = \frac{10}{1000} = 0,01$$

• حساب $P(X = 2)$.

نعلم أنّ الأحداث " $X = 1$ "، " $X = 2$ "، " $X = 3$ " تشكل تجزئة لمجموعة الإمكانيات.

$$P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) = 1$$

$$P(X = 2) = 1 - P(X = 1) - P(X = 3)$$

$$P(X = 2) = 1 - 0,01 - 0,72 = 0,27$$

ملاحظة:

يمكننا حساب $P(X = 2)$ مباشرة.

عدد الحالات المناسبة هو عدد القوائم ذات 3 عناصر من بين 10 بحيث يتكرر فيها حرف واحد لدينا 10 إمكانيات لاختيار الحرف الأول و 9 إمكانيات لاختيار الحرف الثاني. نعلم أنّ للحرف غير المكرر في هذه القائمة 3 مواضع مختلفة وبالتالي عدد هذه القوائم هو: $10 \times 9 \times 3 = 270$

$$P(X = 2) = \frac{270}{1000} = 0,27$$

مما سبق ينتج قانون الاحتمال الملخص في الجدول الموالي:

X	1	2	3	المجموع
الاحتمالات	0,01	0,27	0,72	1

• حساب الأمل الرياضي للمتغير X :

$$E(X) = \sum p_i x_i = 0,01 \cdot 1 + 0,27 \cdot 2 + 0,72 \cdot 3 = 2,71$$

تفسّر هذه النتيجة على أنّ متوسط عدد النكهات التي يتم اختيارها في النهاية من قبل الأشخاص الثلاثة هو قريب من العدد 3. أي أنّ النتيجة الأكثر حظاً في التحقق هي اختيار 3 نكهات متمايزة مثنى مثنى.