

## حل- 8 :-

1. تعيين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي  $X$ .  
 من الواضح أن القيم الممكنة للمتغير العشوائي  $X$  هي 0، 1، 2، 3، 4.  
 عدد الطرق لاختار 5 كرات من بين 12 كرة هو:  $\binom{12}{5}$   
 عدد الطرق لاختار  $k$  كرة حمراء مع  $(k \in \{0; 1; 2; 3; 4\})$  من بين 4 كرات هو:  $\binom{4}{k}$   
 عدد الطرق لاختار  $5-k$  كرة ليست حمراء من بين 8 كرات الباقية هو:  $\binom{8}{5-k}$

ومنه لدينا:  $P(X = k) = \frac{\binom{4}{k} \binom{8}{5-k}}{\binom{12}{5}}$  من أجل  $k \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$ .

بالحساب المباشر نجد:

X	0	1	2	3	4	المجموع
الاحتمالات	$\frac{7}{99}$	$\frac{35}{99}$	$\frac{42}{99}$	$\frac{14}{99}$	$\frac{1}{99}$	1

- حساب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي  $X$ .  $E(X) = \sum_i p_i x_i = \frac{165}{99} = \frac{5}{3}$ .  
 ترجمة النتيجة: معدل عدد الكرات الحمراء التي نحصل عليها بهذه الطريقة هو  $(1,67; \frac{5}{3})$ .  
 2. لتكن  $E$  التجربة:

« نسحب عشوائيا من الوعاء كرة مع الإعادة وننظر إن كانت حمراء »

لهذه لتجربة العشوائية مخرجين هما: الحصول على كرة حمراء (نجاح) أو لا (فشل)، فهي بالتالي

تجربة برنولي ذات الوسيط  $P$  حيث  $p = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ .

نكرر هذه التجربة 5 مرّات مستقلة عن بعضها.

لدينا  $Y$  المتغير العشوائي الذي يحصي عدد المرّات التي نتحصل فيها على كرة حمراء، إذن فهو يحصي

عدد النجاحات الممكنة ومنه  $(0 \leq Y \leq 5)$

نستنتج مما سبق أن المتغير العشوائي  $Y$  يتبع القانون الثنائي ذا الوسيطين  $n = 5$  و  $p = \frac{1}{3}$ .

منه ينتج:  $Y \sim B(5; \frac{1}{3})$

و  $p(Y = k) = \binom{5}{k} (\frac{1}{3})^k (\frac{2}{3})^{5-k}$  من أجل  $k \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ .

باستعمال حاسبة، نتحصل على النتائج أدناه بتقريب قدره  $10^{-3}$  بالنقصان.



Y	0	1	2	3	4	5	المجموع
الاحتمالات	0,132	0,329	0,329	0,165	0,041	0,004	1

الأمل الرياضي للمتغير Y هو:  $E(Y) = np = 5 \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$

معدل عدد الكرات الحمراء التي نتحصل عليها بهذه الطريقة في السحب (1,67) هو  $\frac{5}{3}$ .