

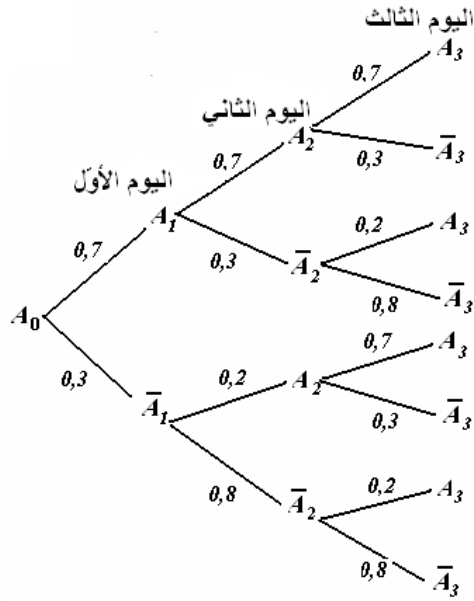
حل- 14 - :

I. لدينا الجو صحو هذا اليوم.

(1) نعلم أن الجو صحو هذا اليوم ونريد حساب احتمال أن يكون صحو بعد 3 أيام. لذلك نعرّف الأحداث الآتية:

A_n : « الجو صحو في اليوم n »

\bar{A}_n : « الجو ممطر في اليوم n »



حسب معطيات التمرين
وبإنجاز شجرة الاحتمالات المقابلة

ينتج:

$$p(A_0) = 1 \quad \text{et} \quad p(\bar{A}_0) = 0$$

$$p_{\bar{A}_n}(\bar{A}_{n+1}) = 0,8 \quad p_{\bar{A}_n}(A_{n+1}) = 1 - p_{\bar{A}_n}(\bar{A}_{n+1}) = 0,2$$

$$p_{A_n}(\bar{A}_{n+1}) = 0,3 \quad p_{A_n}(A_{n+1}) = 1 - p_{A_n}(\bar{A}_{n+1}) = 0,7$$

الاحتمال المطلوب هو:

$$p(A_3) = (0,7)^3 + (0,7)(0,3)(0,2) + (0,3)(0,2)(0,7) + (0,3)(0,8)(0,2) \\ = 0,475$$

(2) نعلم أن الجو صحو هذا اليوم ونريد حساب احتمال أن يكون صحو بعد 10 أيام.

نستعمل قانون الاحتمالات الكلية فنجد:

$$p(A_{n+1}) = p(A_n | A_{n+1}) + p(\bar{A}_n | A_{n+1}) \\ = p(A_n) \cdot p_{A_n}(A_{n+1}) + p(\bar{A}_n) \cdot p_{\bar{A}_n}(A_{n+1})$$

وهذا يؤدي إلى تعريف متتالية (u_n) حيث $u_n = p(A_n)$ و $u_0 = p(A_0) = 1$

حيث نجد:

$$u_{n+1} = 0,7u_n + 0,2(1 - u_n)$$

ومنه

$$u_{n+1} = 0,5u_n + 0,2$$

الاحتمال المطلوب هو $u_{10} = p(A_{10})$

نكتب u_n بدلالة n لهذا الغرض نعرّف المتتالية (v_n) بـ: $v_n = u_{n+1} - u_n$ بالحساب المباشر نجد أنّ (v_n) هندسية أساسها $r = 0,5$ وحدّها الأوّل v_0

$$\text{حيث } v_0 = u_1 - u_0 = 0,7 - 1 = -0,3$$

$$\text{إذن: } v_n = (-0,3) \cdot (0,5)^n$$

$$\text{ومنه نجد } u_n = (0,6) \cdot (0,5)^n + 0,4$$

$$p(A_{10}) = u_{10} = (0,6) \cdot (0,5)^{10} + 0,4 \approx 0,400$$

II نفرض أنّ الجو ممطر في هذا اليوم.

(1) نحسب احتمال أن تمطر بعد 3 أيّام

حسب معطيات هذا السؤال لدينا:

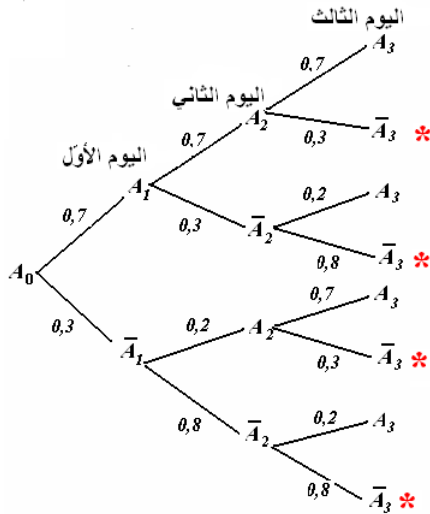
$$p(A_0) = 0 \quad \text{و} \quad p(\bar{A}_0) = 1$$

$$p_{\bar{A}_n}(\bar{A}_{n+1}) = 0,8 \quad p_{\bar{A}_n}(A_{n+1}) = 1 - p_{\bar{A}_n}(\bar{A}_{n+1}) = 0,2$$

ومنه

$$p_{A_n}(\bar{A}_{n+1}) = 0,3 \quad p_{A_n}(A_{n+1}) = 1 - p_{A_n}(\bar{A}_{n+1}) = 0,7$$

باستعمال شجرة الاحتمالات المقابلة نجد



$$p(\bar{A}_3) = (0,2)(0,7)(0,3) + (0,2)(0,3)(0,8) + (0,8)(0,2)(0,3) + (0,8)^3 = 0,650$$

(2) حساب احتمال أن تمطر بعد 15 يوما

باستعمال قانون الاحتمالات الكلية نجد:

$$p(\bar{A}_{n+1}) = p(A_n | \bar{A}_{n+1}) + p(\bar{A}_n | \bar{A}_{n+1})$$

$$= p(A_n) \cdot p_{A_n}(\bar{A}_{n+1}) + p(\bar{A}_n) \cdot p_{\bar{A}_n}(\bar{A}_{n+1})$$

وتعريف متتالية (w_n) بحيث $w_n = p(\bar{A}_n)$ و $w_0 = p(\bar{A}_0) = 1$

$$\text{نجد: } w_{n+1} = (1 - w_n)0,3 + w_n 0,8$$

$$\text{ومنه } w_{n+1} = 0,5w_n + 0,3$$

الاحتمال المطلوب هو $p(\bar{A}_{15})$ أي w_{15} .

لذلك نعرّف متتالية مساعدة (k_n) بحيث $k_n = w_{n+1} - w_n$.



بالحساب المباشر نجد أنّ (k_n) هندسية أساسها $r = 0,5$ وحدها الأول k_0 .

$$k_0 = w_1 - w_0 = 0,5w_0 + 0,3 - w_0 = -0,5w_0 + 0,3 = -0,2$$

$$k_n = (-0,2) \cdot (0,5)^n \text{ منه}$$

$$w_n = (0,4) \cdot (0,5)^n + 0,6 \text{ وبالتالي}$$

$$w_{15} = (0,4) \cdot (0,5)^{15} + 0,6 \approx 0,600 \text{ إذن } w_{15} \text{ أي } p(\bar{A}_{15}) \text{ هو الاحتمال المطلوب هو}$$

استنتاج احتمال أن يكون الجو صحوا بعد 15 يوما.

هذا الاحتمال هو $p(A_{15})$ ،

$$p(A_{15}) = 1 - p(\bar{A}_{15})$$

$$= 1 - w_{15} = 0,39998779296875 \text{ منه}$$

$$\approx 0,400$$