

Module 5 - Leçon 02 - Modèle de Wilson

La gestion des approvisionnements est conditionnée non seulement par le coût d'achat des matières premières mais aussi par le coût de gestion du stock.

La gestion des stocks nous amène à arbitrer entre le risque de rupture et la rentabilité qui celle-ci induit une gestion à moindre coût. En effet, vouloir éviter le risque de rupture nous conduit à conserver un stock élevé, ce qui est en contradiction avec la rentabilité compte tenu qu'un stock élevé aura un coût de gestion élevé. De même, vouloir rechercher la rentabilité induit un stock minimum, qui tourne très rapidement, peu coûteux mais s'accompagne d'un risque de rupture pouvant entraîner par voie de conséquence une insatisfaction de la clientèle.

Le coût de gestion des stocks regroupe le coût de lancement ou de passation des commandes, le coût de possession, et en cas d'insuffisance des stocks, il convient de prendre en compte le coût lié à la rupture dénommé : coût de pénurie.

1 - Coût de lancement ou coût de passation

Ce coût correspond aux charges liées à la commande. Il regroupe les frais directs et indirects du service achat tels que les frais postaux et de télécommunication, les frais de transport, les frais de manutention, frais de contrôle des achats...

Le coût de lancement pour une période (année) correspond au coût de lancement d'une commande (C_l) fois le nombre de commande (N)

$$\text{Coût de lancement} = C_l \times N$$

Par ailleurs sachant que le nombre de commande (N) est égal aux quantités consommées sur une période (Q) divisé par les quantités économiques (Q^*)

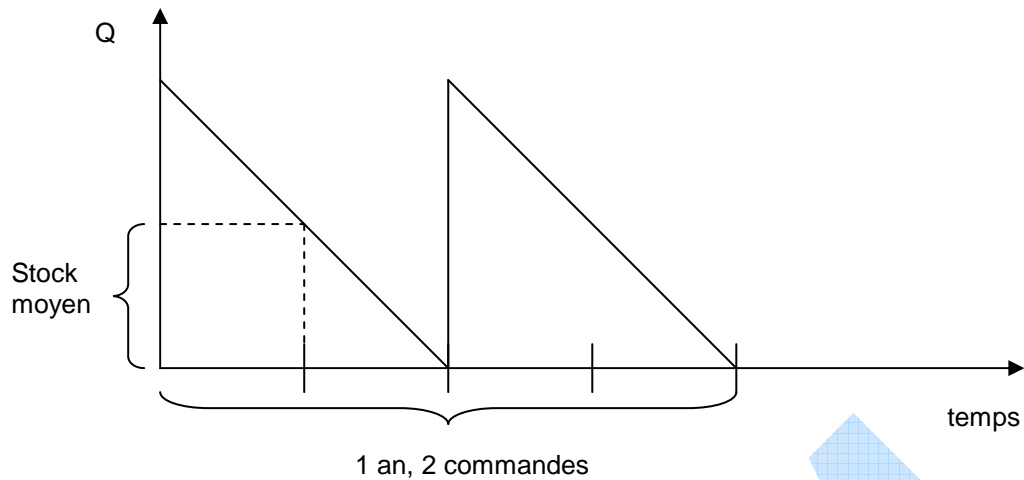
Si nous remplaçons N par Q / Q^* , le coût de lancement est le suivant :

$$\text{Coût de lancement} = C_l \times \frac{Q}{Q^*}$$

2 - Coût de possession

Le coût de possession s'exprime en fonction du stock moyen détenu qui correspond à $Q/2$ (Q représentant les quantités consommées pour la période) pour une commande annuelle. Si plusieurs commandes le stock moyen est $Q/2N$

Prenons l'exemple de 2 commandes annuelles



Le stock moyen est $Q / (2 \times 2) = Q / 4$

Ce coût intègre les frais d'entretien du stock, les frais d'entretien du lieu de stockage, les frais d'assurance du stock, les frais de location, le coût de la manutention, le coût de l'immobilisation des capitaux investis qui finance la possession du stock ainsi que le coût de la dépréciation du stock.

Ces frais peuvent être exprimés soit en fonction de la valeur du stock détenu, il s'agit du taux de possession (t), soit en fonction d'une unité détenue en stock, le coût unitaire de possession (C_p).

Q = quantité consommé

N = nombre de commandes

p = tarif fournisseur

t = taux de possession

$$\text{Coût de possession (sur une période)} = \frac{Q}{2N} \times p \times t$$

Le coût de possession unitaire (C_p) pour une unité de quantité possédée en stock est égal au tarif fournisseur (p) fois le taux de possession (t)

$$\text{Coût de possession} = \frac{Q}{2N} \times C_p$$

Si nous remplaçons N par Q / Q^* , le coût de possession est le suivant :

$$\text{Coût de possession} = \frac{Q^*}{2} \times C_p$$

✓ Coût de gestion du stock ou coût de l'approvisionnement ou également coût de stockage

Coût de la gestion du stock = Coût de lancement + Coût de possession + Coût de pénurie

3 - Modèle de Wilson : modèle déterministe sans pénurie

A - Recherche de la cadence optimale d'approvisionnement

L'objectif est de déterminer la cadence d'approvisionnement (le nombre de commande) optimale de manière à ce que la gestion du stock se fasse à moindre coût.

Coût de la gestion du stock = Coût de lancement + Coût de possession

$$\text{Coût de la gestion du stock} = CT = C_l \times N + \frac{Q}{2N} \times C_p$$

Le coût de la gestion du stock (coût de l'approvisionnement ou coût de stockage) sera minimum lorsque la dérivée première du coût sera égale à zéro.

$$CT \text{ sera minimum} \Leftrightarrow CT' = 0$$

$$CT' = \frac{dCT}{dN} \Leftrightarrow C_l - \frac{Q}{2N^2} \times C_p = 0$$

$$N^2 = \frac{Q \times C_p}{2C_l}$$

$$N = \sqrt{\frac{Q \times C_p}{2C_l}}$$

B - Recherche des quantités optimales d'approvisionnement

L'objectif est de déterminer le lot économique (le nombre d'unité par lot) ou les quantités économiques qui rendent « optimal » la gestion du stock c'est-à-dire à moindre coût.

Coût de gestion du stock exprimé en fonction des quantités économiques Q^*

$$\text{Coût de la gestion du stock} = CT = C_l \times \frac{Q}{Q^*} + \frac{Q^*}{2} \times C_p$$

$$CT \text{ sera minimum} \Leftrightarrow CT' = 0$$

$$CT' = \frac{dCT}{dQ^*} \Leftrightarrow -\frac{Q \times C_l}{Q^{*2}} + \frac{1}{2} \times C_p = 0$$

$$Q^{*2} = \frac{2C_l \times Q}{C_p}$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2C_l \times Q}{C_p}}$$

C. Recherche de la période optimale d'approvisionnement

L'objectif est de déterminer la période d'approvisionnement (le nombre de mois) optimale de manière à ce que la gestion du stock se fasse à moindre coût.

Coût de gestion du stock exprimé en fonction de la période optimale T^*

$$\text{Coût de la gestion du stock} = CT = C_l \times \frac{12}{T^*} + \frac{QT^*}{24} \times C_p$$

CT sera minimum $\Leftrightarrow CT' = 0$

$$CT' = \frac{dCT}{dT^*} \Rightarrow -\frac{12C_l}{T^{*2}} + \frac{Q}{24} \times C_p = 0$$

$$T^{*2} = \frac{288C_l}{Q \times C_p}$$

$$T^* = \sqrt{\frac{288C_l}{Q \times C_p}}$$

4 - Application

Q quantités consommées sur une période (année) = 6 000 unités

C_l coût de lancement d'une commande = 60 €

p tarif fournisseur = 8 €

t taux de possession = 9%

Coût de possession = $C_p = p \times t = 8 \times 0,09 = 0,72$

$$N = \sqrt{\frac{Q \times C_p}{2C_l}} = \sqrt{\frac{6000 \times 0,72}{2 \times 60}} = \sqrt{36} = 6 \text{ commandes}$$

Il convient d'effectuer 6 commandes afin de minimiser le coût de gestion du stock.

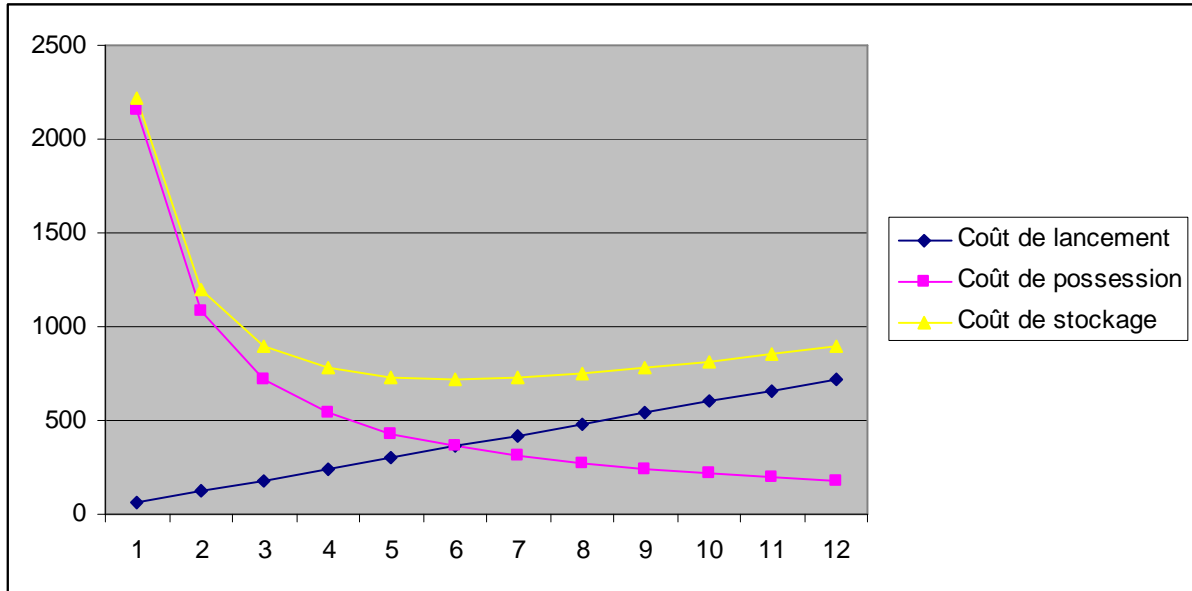
$$Q^* = \sqrt{\frac{2C_l \times Q}{C_p}} = \sqrt{\frac{2 \times 60 \times 6000}{0,72}} = \sqrt{1000000} = 1000 \text{ unités}$$

Le lot économique est composé de 1 000 unités (déterminé aussi par $Q^* = Q/N = 6\,000/6$).

$$T^* = \sqrt{\frac{288C_l}{Q \times C_p}} = \sqrt{\frac{288 \times 60}{6000 \times 0,72}} = \sqrt{4} = 2 \text{ mois}$$

La période optimale qui rend le coût minimum est d'être approvisionné tous les 2 mois (déterminé aussi par $T^* = 12/N = 12/6$).

Nombre de commandes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Coût de lancement	60	120	180	240	300	360	420	480	540	600	660	720
Coût de possession	2 160	1 080	720	540	432	360	308,57	270	240	216	196,36	180
Coût de stockage	2 220	1 200	900	780	732	720	728,57	750	780	816	856,36	900



De manière empirique nous observons que lorsque le coût de lancement est égal au coût de possession, le coût de gestion des stocks (coût d'approvisionnement ou coût de stockage) est au minimum.

Dès lors la cadence des commandes optimale peut être déterminée ainsi :

Coût de lancement = Coût de possession

$$C_l \times N = \frac{Q}{2N} \times C_p$$

$$N^2 = \frac{Q \times C_p}{2C_l}$$

$$N = \sqrt{\frac{Q \times C_p}{2C_l}}$$

De la même manière il est possible de déterminer les quantités économiques (lot économique, la période qui rendent optimale le coût de gestion du stock).

4 - Limites

- ✓ Selon le type d'entreprise : certaines entreprises effectuent leurs commandes au coup par coup (en fonction de leur commande),
- ✓ Selon le produit acheté : la méthode ne peut s'appliquer aux denrées périssables (légumes frais, salades...),
- ✓ Selon la cadence des commandes : le nombre obtenu doit être un nombre entier,
- ✓ Selon les tarifs fournisseurs : cette méthode ne peut prendre en compte les tarifs dégressifs.