Maitrise Statistique des Procédés
Corrigé de l'exercice

Question a

Sur l'échantillon de 30 pièces on trouve les résultats suivants :

$$\overline{x} = 19{,}9955$$
$$\sigma = 5{,}543 \,.\, 10^{-3} \text{ mm}$$
$$\sigma_0 = 5{,}637 \,.\, 10^{-3} \text{ mm}$$

Carte de contrôle de la moyenne :

Le calcul des coefficients donne

$$\text{Cte } C_S = 3{,}09\sigma_0 - 1{,}96\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} = 3{,}09 \text{ x } 5{,}637 - \frac{1{,}96 \text{ x } 5{,}637}{\sqrt{5}} = 12{,}6\mu\text{m}$$

$$\text{Cte } C_C = 3{,}09\sigma_0 - 3{,}09\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} = 3{,}09 \text{ x } 5{,}637 - \frac{3{,}09 \text{ x } 5{,}637}{\sqrt{5}} = 9{,}6\mu\text{m}$$

On arrondit les constantes par excès pour prendre moins de risques sur la fabrication
d'où : Cs = 13 µm
Cc = 10 µm

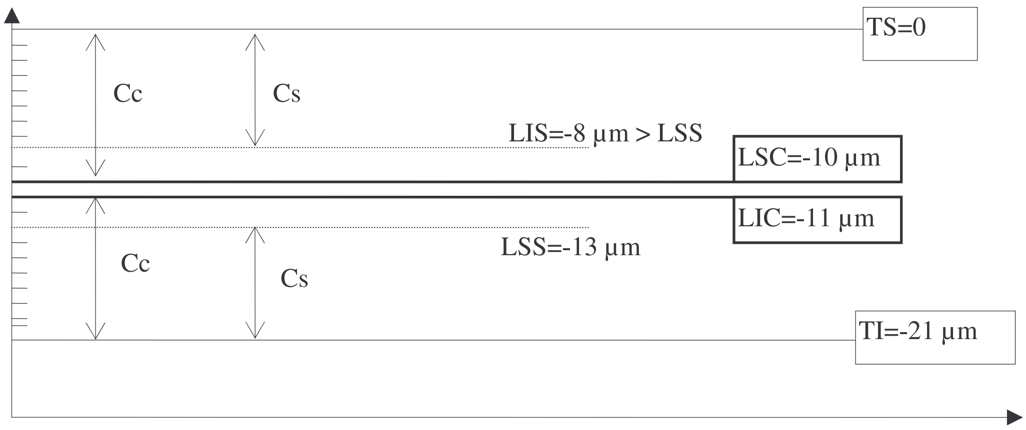
On applique ensuite les relations ci-dessous pour déterminer les limites élargies de surveillance et de contrôle .

$LSC = TS - C_C$ $LSS = TS - C_S$
$LIC = TI + C_C$ $LIS = TI + C_S$

Le calcul peut alors se faire en valeurs réelles en mm ou en écart en µm par rapport à la cote nominale .

	Calcul en valeur réelle	Calcul en écart
$LIS = TI + C_S$	$19{,}979+13.10^{-3}= 19{,}992$	-21+13=-8
$LSS = TS - C_S$	$20{,}000-13.10^{-3}= 19{,}987$	0-13=-13
$LIC = TI + C_C$	$19{,}979+10.10^{-3}= 19{,}989$	-21+10=-11
$LSC = TS - C_C$	$20{,}000-10.10^{-3}= 19{,}990$	0-10=-10

Tracé de la carte



On constate que la plage de contrôle s'est réduite à une largeur de 1µm et que les limites de surveillance se sont croisées, puisque LIS > LSS. Cela provient des valeurs trop élevées des constantes Cs et Cc par rapport à l'intervalle de tolérance. La valeur de σ_0 est par conséquent trop grande. Il aurait d'abord fallu calculer l'indicateur Cp.

$$Cp = \frac{IT}{6{,}18\sigma_0} = \frac{21}{6{,}18 \text{ x } 5{,}637} = 0{,}6$$

Calcul de Cpk:

Cote moyenne = 0,5(TS+TI)= 19,9895 mm = (19,9895-20)*1000 µm = -4,5µm

On constate que $\overline{\overline{x}}$ > Cote moyenne

donc $Cpk = \frac{TS - \overline{x}}{3{,}09\sigma_0} = \frac{0-(-4{,}5)}{3{,}09 \text{ x } 5{,}637} = 0{,}26$

Le procédé est NON CAPABLE et DECENTRE.

Carte de contrôle de l'écart-type :

ν=n-1=5-1=4

Pour p=0,025 on relève χ^2_s =11,14 qui permettra de calculer LSS $_{(\sigma)}$

Pour p=0,001 on relève χ^2_c =18,47 qui permettra de calculer LSC $_{(\sigma)}$

$$LSS_{(\sigma)} = \sigma_0 \sqrt{\frac{\chi^2_s}{n}} = 5{,}637\sqrt{\frac{11{,}14}{5}} = 8{,}41\mu m$$

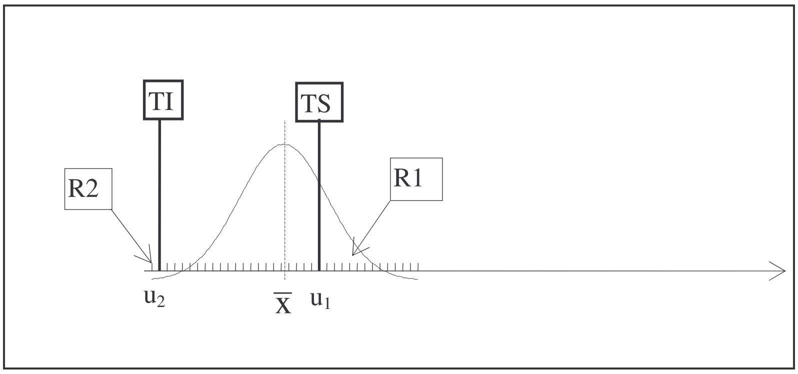
$$LSC_{(\sigma)} = \sigma_0 \sqrt{\frac{\chi^2_c}{n}} = 5{,}637\sqrt{\frac{18{,}47}{5}} = 10{,}83\mu m$$

Ces valeurs seront arrondies par défaut pour faire prendre moins de risque à la fabrication.

LSS $_{(\sigma)}$= 8 µm

LSC $_{(\sigma)}$= 10 µm

Représentation de la distribution et de l'IT:



$$u_1 = \frac{TS - \overline{x}}{\sigma_0} = \frac{20 - 19{,}9955}{5{,}637.10^{-3}} = 0{,}8$$

d'où le rebut R_1 = 1-F(u_1) = 1 - 0,788 = 0,212

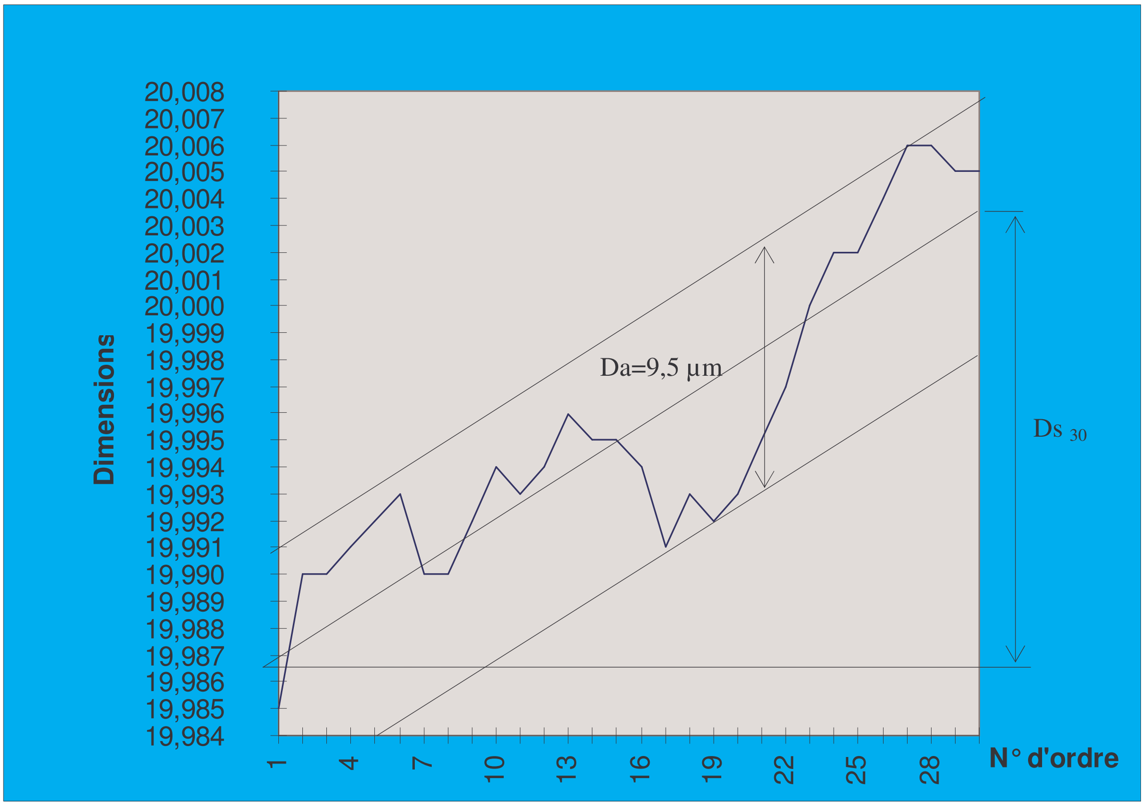
$$u_2 = \frac{TI - \overline{x}}{\sigma_0} = \frac{19{,}979 - 19{,}9955}{5{,}637.10^{-3}} = -2{,}92$$

d'où le rebut R_2 = 1 - F(2,92) = 1 - 0,9982 = 0,0018

Le rebut théorique total vaut alors R_t = 21,2 + 0,18 = 21,38 % que l'on peut comparer au rebut réel qui vaut (7/30)*100 = 23,3 % puisqu'il y a 7 pièces mauvaises sur les 30 usinées.

Question b

Evolution de la dimension en fonction du Numéro d'ordre



Sur ce graphique on peut mettre en évidence la dispersion aléatoire qui est la hauteur de la bande qui englobe l'ensemble des points ainsi que la dispersion systématique observée sur l'usinage de 30 pièces:

Ds_{30} = pente x 30 = 5,6529 10^{-4} x 30 = 17 µm

Cette dispersion systématique est due à l'usure de l'outil.

Question c

On peut ensuite isoler le phénomène aléatoire en calculant les écarts de chacun des points par rapport à la droite de régression. On obtient alors le tableau suivant.

N° d'Ordre	Dimensions	Ecarts en microns	Classe
1	19,985	-2,30	3
2	19,990	2,13	5
3	19,990	1,57	5
4	19,991	2,00	5
5	19,992	2,44	6
6	19,993	2,87	6
7	19,990	-0,69	4
8	19,990	-1,26	3
9	19,992	0,17	4
10	19,994	1,61	5
11	19,993	0,04	4
12	19,994	0,48	4
13	19,996	1,91	5
14	19,995	0,35	4
15	19,995	-0,22	4

16	19,994	-1,78	3
17	19,991	-5,35	1
18	19,993	-3,91	1
19	19,992	-5,48	1
20	19,993	-5,04	1
21	19,995	-3,61	2
22	19,997	-2,17	3
23	20,000	0,26	4
24	20,002	1,70	5
25	20,002	1,13	5
26	20,004	2,56	6
27	20,006	4,00	6
28	20,006	3,43	6
29	20,005	1,87	5
30	20,005	1,30	5

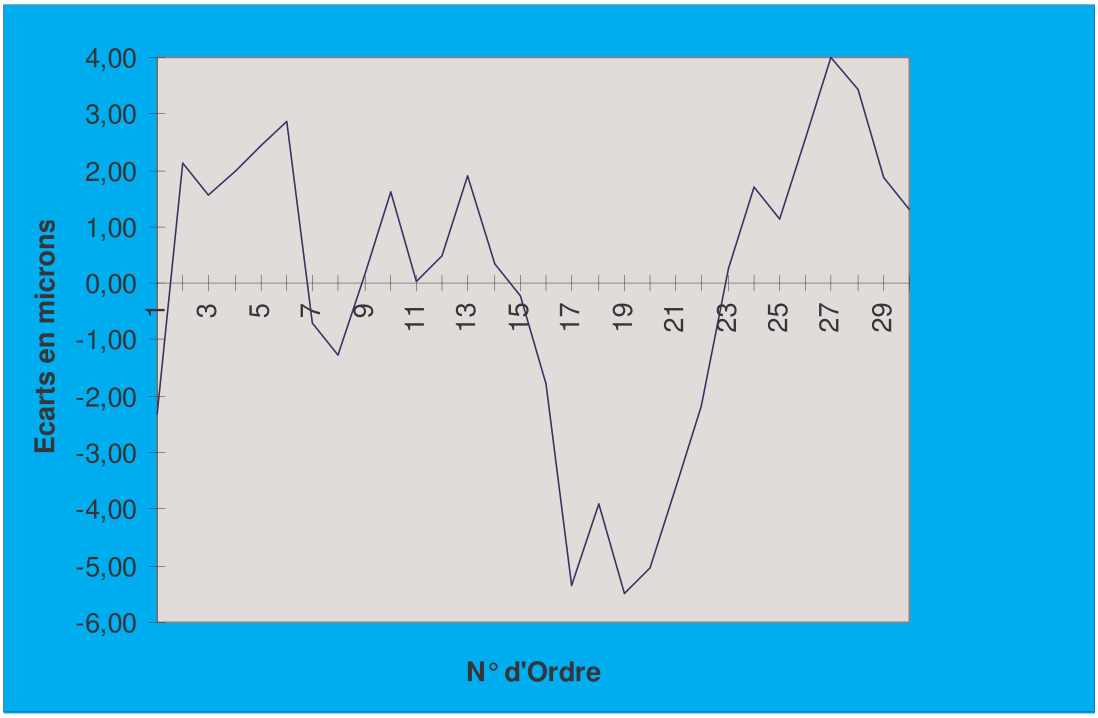
On constate que l'écart maximum s'obtient au point 27 : $e_{i\ max}$ = 4 µm tandis que l'écart minimum s'obtient au point 19 : $e_{i\ min}$ = -5,48 µm
La différence des deux écarts donne l'étendue de la dispersion aléatoire:
Da = 4 - (-5,48) = 9,48 µm
(Voir représentation des écarts ci-dessous)

Question d

Calcul de la largeur d'une classe :

Largeur de classe = Etendue / Nbre de classes = 9,48 / 6 = 1,58 µm

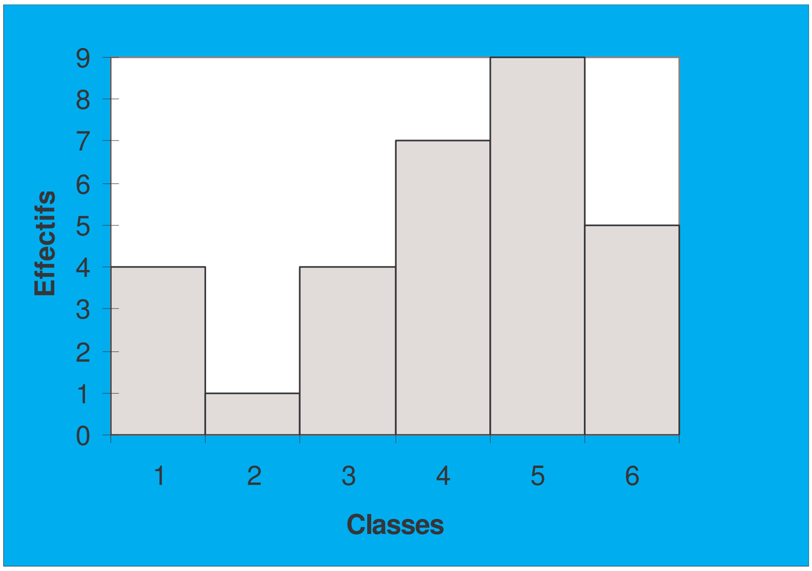
Evolution des écarts en fonction du Numéro d'ordre



Répartition en classes des écarts:

Classes	Effectifs	Fréquences	Fréquences cumulées	
[-5.48 ; -3.9]	4	13,33%	13,33%	
]-3.9 ; -2.32]	1	3,33%	16,67%	
]-2.32 ; -0.74]	4	13,33%	30,00%	
]-0.74 ; 0.84]	7	23,33%	53,33%	
]0.84 ; 2.42]	9	30,00%	83,33%	
]2.42 ; 4]	5	16,67%	100,00%	

Histogramme des écarts:



On constate une anomalie pour la 1ère classe.

Si l'on calcule l'écart-type de la répartition des écarts on obtient:

$$\sigma_{ei} = \sqrt{\frac{\sum (e_i - \bar{e})^2}{30}} = 2{,}6\mu m$$

avec $\bar{e}$ = 0,33 µm

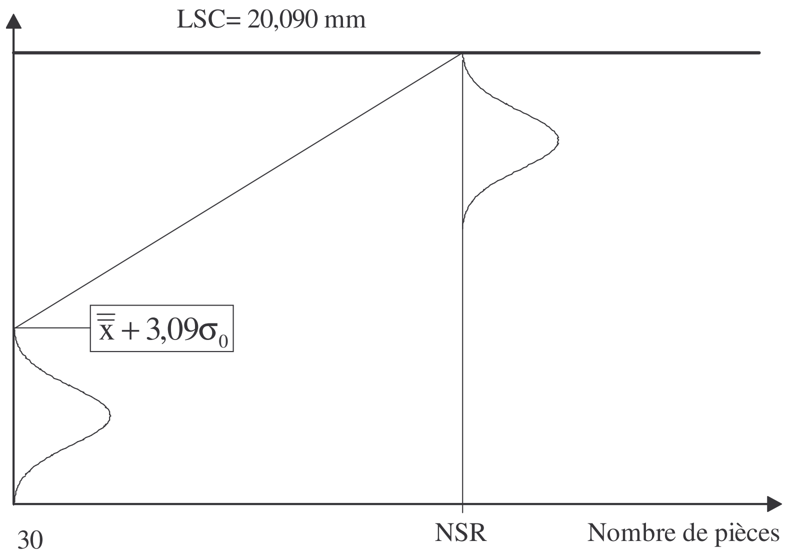
L'usinage des 30 pièces a été réalisé avec un simple outil carbure non revêtu. Pour améliorer le procédé on peut changer la nature de l'outil et choisir par exemple un carbure revêtu ou encore mieux, une céramique. Ces outils s'useraient très peu et la droite de régression serait presque horizontale. La valeur de σ_0 serait alors voisine de celle calculée ci dessus (σ_{ei})et l'on pourrait recalculer Cp.

$$Cp = \frac{IT}{6{,}18\sigma_0} = \frac{21}{6{,}18 \text{ x } 2{,}6} = 1{,}3$$

Avec cette seule amélioration le procédé devient capable.

Question e

LSC = 20,100 - Cc = 20,100 - 0.010 = 20,090mm



L'équation de la droite orientée est :
y = 5,6529 . 10-4 (x - 30) + $\bar{x}$ + 3,09 σ_0 avec $\bar{x}$ + 3,09 σ_0 = 19,9955 + 3,09 x 5,637. 10^{-3} = 20,0129

En remplaçant y par LSC il vient :

$$x = \frac{LSC - (\bar{x} + 3{,}09\sigma_0)}{\text{pente droite}} + 30 = \frac{20{,}090 - 20{,}0129}{5{,}6529.10^{-4}} + 30 = 166$$

x=166 pièces représente le nombre de pièces que l'on peut théoriquement usiner sans effectuer de réglage (NSR=Nombre sans réglage). A partir de la $166^{è}$ pièce on aura de grandes chances d'avoir une pièce de l'échantillon qui dépassera la limite supérieure de contrôle.

Question f

On pourra réaliser environ 500 pièces (166 x 3) avec la même arête.