

Série 2 du lundi 26 septembre 2011

Exercice 1.

Calculer

1.) $\frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{48 \cdot 50}$.

2.) $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{49 \cdot 51}$.

Exercice 2.

Montrer que pour tout entier $n \geq 1$:

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}.$$

En déduire par récurrence que pour tout entier $n \geq 1$:

$$\left(\sum_{k=1}^n k \right)^2 = \sum_{k=1}^n k^3.$$

Exercice 3.

Pour chacun des ensembles suivants dire s'il est majoré, minoré ou borné. S'il est majoré, donner son supremum. S'il est minoré, donner son infimum. Justifier votre réponse.

1.) $\{x \in \mathbb{R} : 0 \leq x \leq 1\}$,

2.) $\{x \in \mathbb{Q} : 0 < x < 1\}$,

3.) $\{x_n = (-1)^n, n \in \mathbb{N}\}$,

4.) $\{x \in \mathbb{Q} : x < \sqrt{2}\}$,

5.) $\{x_n = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^*\}$,

6.) $\{x_n = \frac{(-1)^n}{n}, n \in \mathbb{N}^*\}$.