

- Exercice n° 1 de l'examen d'analyse partiel, Novembre 1998, Recueil 2003

Soit I un intervalle ouvert de \mathbb{R} , f et g deux fonctions définies sur I .

1. Soit $a \in I$. Donner une raison pour laquelle :

$$\left(\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \right) \Rightarrow \left(\lim_{x \rightarrow a} |f(x)| = |f(a)| \right).$$

2. On suppose que f et g sont continues sur I . En utilisant l'implication démontrée ci-dessus, la relation $\text{Sup}(f, g) = \frac{1}{2}(f + g + |f - g|)$, et les propriétés des fonctions continues, montrer que la fonction $\text{Sup}(f, g)$ est continue sur I .

- Exercice n° 2 de l'examen d'analyse partiel, Novembre 1998, Recueil 2003

Soit

$$f : x \in \mathbb{R} \mapsto f(x) = \frac{\cos x}{1 + x^2}.$$

Montrer que f est majorée sur \mathbb{R} , minorée sur \mathbb{R} .

Déterminer $\text{Sup}_{x \in \mathbb{R}} f(x)$.