■ Exercice d'analyse n° 1, 7ème série, Recueil 2003

Soit l'équation différentielle

$$(E) \qquad y' + 2xy = x.$$

1. Résoudre l'équation homogène associée.
2. Calculer la solution de (E) vérifiant $y(0) = 1$.

■ Exercice d'analyse n° 2, 7ème série, Recueil 2003

Résoudre l'équation suivante :

$$y'' - 3y' + 2y = e^x.$$

■ Exercice d'analyse n° 3, 7ème série, Recueil 2003

Résoudre l'équation suivante :

$$y'' - y = -6\cos x + 2x \sin x.$$

■ Exercice d'analyse n° 4, 7ème série, Recueil 2003

Résoudre l'équation suivante :

$$4y'' + 4y' + 5y = \sin x e^{-x/2}.$$

■ Exercice d'analyse n° 5, 7ème série, Recueil 2003

On considère l'équation :

$$y'' + 2y' + 4y = xe^x \qquad (E)$$

1. Résoudre l'équation différentielle homogène associée à (E).
2. Trouver une solution particulière de (E) (expliquer votre démarche), puis donner l'ensemble de toutes les solutions de (E).
3. Déterminer l'unique solution h de (E) vérifiant $h(0) = 1$ et $h(1) = 0$.
4. Soit $f :]0, \infty[\longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction deux fois dérivable sur $]0, \infty[$ et qui vérifie :

$$t^2 f''(t) + 3tf'(t) + 4f(t) = t \log t.$$

   (a) On pose $g(x) = f(e^x)$, vérifier que g est solution de (E).
   (b) En déduire une expression de f.

■ Exercice d'analyse n° 6, 7ème série, Recueil 2003

Résoudre : $y''(x) + 2y'(x) + y(x) = 2x \cos x \cosh x$.

■ Exercice d'analyse n° 7, 7ème série, Recueil 2003

Déterminer les $f \in C^2(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ telles que :

$$\forall x \in \mathbb{R}, f''(x) + f(-x) = x \cos x.$$

■ Exercice d'analyse n° 8, 7ème série, Recueil 2003

En posant $t = \arctan x$, résoudre :

$$y''(x) + \frac{2x}{1+x^2} y'(x) + \frac{y(x)}{(1+x^2)^2} = 0.$$

■ Exercice d'analyse n° 9, 7ème série, Recueil 2003

Résoudre par le changement de fonction $z = \frac{y}{x}$ l'équation différentielle :

$$x''^2(x) - 2xy'(x) + (2 - x^2)y(x) = 0.$$