■ Réponse sujet thermodynamique n° 1, 2ème EMD, ENTP, Alger 2000 :

1° a) La transformation de (1) à (2) étant réversible et adiabatique, on peut utiliser la loi de Laplace : $P_1V_1^\gamma = P_2V_2^\gamma$, soit $P_2 = P_1 \cdot a^\gamma$.

Puisque la transformation de l'état (2) à l'état (3) est une isobare, alors $P_3 = P_2$. En utilisant le résultat précédent, on en déduit que $P_3 = P_1 \cdot a^\gamma$.

Si on considère la détente adiabatique de (3) à (4), on peut écrire : $P_3V_3^\gamma = P_4V_4^\gamma$, soit $P_4 = P_3 \cdot b^{-\gamma}$, et en tenant compte de la relation de $P_3$, il vient : $P_4 = P_1 \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^\gamma$.

b) Du rapport volumétrique $a = \frac{V_1}{V_2}$, on en déduit immédiatement que $V_2 = \frac{V_1}{a}$.

La transformation de l'état (4) à l'état (1) étant isochore, on a $V_4 = V_1$.

Enfin, du rapport volumétrique $b = \frac{V_4}{V_3}$, on tire $V_3$ : $V_3 = \frac{V_4}{b} = \frac{V_1}{b}$.

c) Les valeurs numériques des pressions et des volumes sont calculées à partir des relations établies en a) et b). Pour trouver les valeurs des températures, on pourra soit appliquer l'équation d'état du gaz parfait aux états (2), (3) et (4), soit utiliser les formules suivantes :

– Compression adiabatique de (1) à (2) : $T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1}$, soit $T_2 = T_1 \cdot a^{\gamma-1}$.
– Dilatation isobare de (2) à (3) : $\frac{T_3}{T_2} = \frac{V_3}{V_2}$, soit $T_3 = T_2\frac{a}{b}$.
– Détente adiabatique de (3) à (4) : $T_3V_3^{\gamma-1} = T_4V_4^{\gamma-1}$, soit $T_4 = T_3 \cdot b^{1-\gamma}$.

**Remarque**
Il ne faut pas perdre de vue les conditions d'application des lois de Laplace

Applications numériques :

- Etat (1) :

$$V_1 = \frac{RT_1}{P_1} = \frac{8{,}314\times 300}{10^5} \approx 2{,}49\cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}^3 \text{ ou bien } V_1 = 24{,}9\ \mathrm{L}.$$

- Etat (2) :

$$P_2 = P_1\cdot a^{\gamma} = 1\times 9^{1,4} \approx 22{,}7\ \text{atm} ;\quad V_2 = \frac{V_1}{a} = \frac{24{,}9}{9} \approx 2{,}77\ \mathrm{L} ;\quad T_2 = T_1\cdot a^{\gamma-1} = 300\times 9^{0,4} \approx 722\ \mathrm{K}.$$

- Etat (3) :

$$P_3 = P_2 \approx 21{,}7\ \text{atm} ;\ V_3 = \frac{V_1}{b} = \frac{24{,}9}{3} \approx 8{,}30\ \mathrm{L} ;\ T_3 = T_2\frac{a}{b} = 722\times\frac{9}{3} = 2166\ \mathrm{K}.$$

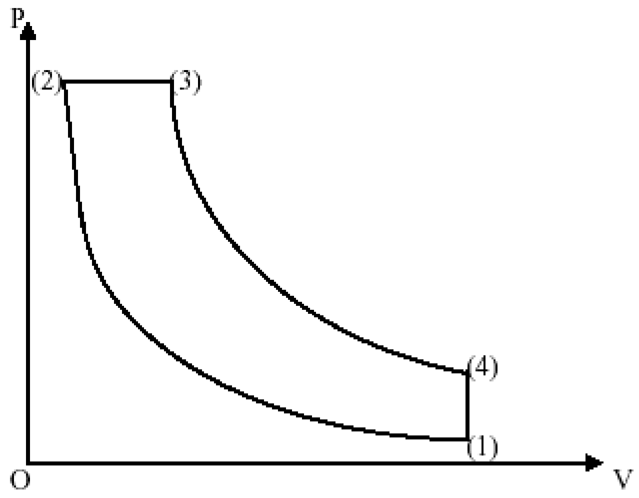
- Etat (4) :

$$P_4 = P_1\cdot\left(\frac{a}{b}\right)^{\gamma} = 1\times\left(\frac{9}{3}\right)^{1,4} \approx 4{,}65\ \text{atm} ;\ V_4 = V_1 \approx 24{,}9\ \mathrm{L} ;\ T_4 = T_3\cdot b^{1-\gamma} = 2166\times 3^{-0,4} \approx 1396\ \mathrm{K}.$$

En reportant dans le tableau ci-dessous les valeurs des différents paramètres P, V et T pour chacun des 4 états, on obtient :

| état | P (atm) | V (litres) | T (K) |
|---|---|---|---|
| (1) | 1 | 24,9 | 300 |
| (2) | 21,7 | 2,77 | 722 |
| (3) | 21,7 | 8,30 | 2166 |
| (4) | 4,65 | 24,9 | 1396 |

d) Le cycle étudié est parcouru dans le sens horaire ; c'est celui du **moteur Diesel** dont la représentation dans un diagramme $(P,V)$ donne




2° a) – transformation adiabatique (1) $\rightarrow$ (2) : $Q_{12} = 0$ ;

– transformation isobare (2) $\rightarrow$ (3) : $Q_{23} = C_p(T_3 - T_2) = \frac{7}{2}R(T_3 - T_2)$ ;

– transformation adiabatique (3) $\rightarrow$ (4) : $Q_{34} = 0$ ;

– transformation isochore (4) $\rightarrow$ (1) : $Q_{41} = C_v(T_1 - T_4) = \frac{5}{2}R(T_1 - T_4)$ .

b) – transformation adiabatique (1) $\rightarrow$ (2) : $W_{12} = \Delta U_{12} = C_v(T_2 - T_1) = \frac{5}{2}R(T_2 - T_1)$ ;

– transformation isobare (2) $\rightarrow$ (3) : $W_{23} = \Delta U_{23} - Q_{23} = -R(T_3 - T_2)$ ;

– transformation adiabatique (3) $\rightarrow$ (4) : $W_{34} = \Delta U_{34} = \frac{5}{2}R(T_4 - T_3)$ ;

– transformation isochore (4) $\rightarrow$ (1) : $W_{41} = 0$ .

c) Applications numériques :

- Transformation (1) $\rightarrow$ (2) :

$Q_{12} = 0$ ; $W_{12} = \frac{5}{2}R(T_2 - T_1) = \frac{5}{2} \times 8{,}314 \times (722 - 300) \approx 8{,}77 \cdot 10^3$ J .

- Transformation (2) $\rightarrow$ (3) :

$Q_{23} = \frac{7}{2}R(T_3 - T_2) = \frac{7}{2} \times 8{,}314 \times (2166 - 722) \approx 42{,}0 \cdot 10^3$ J ;

$W_{12} = -R(T_3 - T_2) = -8{,}314 \times (2166 - 722) \approx -12{,}0 \cdot 10^3$ J .

- Transformation (3) $\rightarrow$ (4) :

$Q_{34} = 0$ ; $W_{34} = \frac{5}{2} \times 8{,}314 \times (1396 - 2166) \approx -16{,}0 \cdot 10^3$ J .

- Transformation (4) → (1) :

$Q_{41} = \frac{5}{2}R(\mathrm{T}_1 - \mathrm{T}_4) = \frac{5}{2} \times 8{,}314 \times (300 - 1396) \approx -22{,}8 \cdot 10^3$ J ; $W_{41} = 0$.

| transformation | $Q$ (J) | $W$ (J) |
|---|---|---|
| (1) → (2) | 0 | $8{,}77 \cdot 10^3$ |
| (2) → (3) | $42{,}0 \cdot 10^3$ | $-12{,}0 \cdot 10^3$ |
| (3) → (4) | 0 | $-16{,}0 \cdot 10^3$ |
| (4) → (1) | $-22{,}8 \cdot 10^3$ | 0 |

d) Il faut vérifier qu'au cours du cycle $\Delta U = 0$ puisque $U$ est une fonction d'état. Ici $\Delta U = (Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} + Q_{41}) + (W_{12} + W_{23} + W_{34} + W_{41}) = -0{,}03 \cdot 10^3$ J. Ce résultat est différent de zéro, ce qui n'est pas étonnant puisque chaque application numérique est donnée à $0{,}1 \cdot 10^3$ J près.

3° a) Le rendement du cycle (moteur) est défini par :

$$r = \frac{gain}{dépense} = \frac{-W}{Q_{23}} = \frac{Q_{23} + Q_{41}}{Q_{23}} = 1 + \frac{Q_{41}}{Q_{23}}.$$

Application numérique :

$$r = 1 + \frac{-22{,}8 \cdot 10^3}{42{,}0 \cdot 10^3} = 0{,}457 \text{, soit } r = 45{,}7\,\%.$$

b) En remplaçant $Q_{23} = C_p(\mathrm{T}_3 - \mathrm{T}_2)$ et $Q_{41} = C_v(\mathrm{T}_1 - \mathrm{T}_4)$ dans l'expression de $r$, on obtient : $r = 1 - \frac{1}{\gamma}\frac{\mathrm{T}_4 - \mathrm{T}_1}{\mathrm{T}_3 - \mathrm{T}_2}$. Or d'après 1° c), $\mathrm{T}_4 = \mathrm{T}_3 \cdot b^{1-\gamma}$ et $\mathrm{T}_1 = \mathrm{T}_2 \cdot a^{1-\gamma}$, donc

$$r = 1 - \frac{1}{\gamma}\frac{\mathrm{T}_3 b^{1-\gamma} - \mathrm{T}_2 a^{1-\gamma}}{\mathrm{T}_3 - \mathrm{T}_2} = 1 - \frac{1}{\gamma}\frac{b^{1-\gamma} - \frac{\mathrm{T}_2}{\mathrm{T}_3}a^{1-\gamma}}{1 - \frac{\mathrm{T}_2}{\mathrm{T}_3}}.$$

En tenant compte de la transformation isobare de l'état (2) à l'état (3), on a $\frac{\mathrm{T}_2}{\mathrm{T}_3} = \frac{\mathrm{V}_2}{\mathrm{V}_3} = \frac{b}{a}$. Ce qui permet d'écrire :

$$r = 1 - \frac{1}{\gamma}\frac{b^{1-\gamma} - \frac{b}{a}a^{1-\gamma}}{1 - \frac{b}{a}},$$

ou encore

$$r = 1 - \frac{1}{\gamma}\frac{b^{-\gamma} - a^{-\gamma}}{b^{-1} - a^{-1}}.$$

Application numérique :

$$r = 1 - \frac{1}{1{,}4}\frac{3^{-1{,}4} - 9^{-1{,}4}}{3^{-1} - 9^{-1}} = 0{,}457.$$

Ainsi, la valeur de ce rendement est égale à celle obtenue en 3° a).

- Réponse sujet thermodynamique n° 2, 2ème EMD, ENTP, Alger 2000 :

1° a) La quantité de chaleur $Q_1$ vaut (en valeur absolue) :

$$Q_1 = (C + \mathrm{M}c_e)(\mathrm{T_i} - 0) = 19{,}56 \cdot 10^3 \ \mathrm{J}.$$

b) Calculons la chaleur nécessaire à la fusion de tout le glaçon 0°C :

$$Q_2 = m\mathrm{L}_f = 16{,}70 \cdot 10^3 \ \mathrm{J}.$$

Puisque $Q_2 < Q_1$, le glaçon fond totalement sans utiliser toute la chaleur fournie par l'ensemble eau + calorimètre. On en déduit que la température finale sera supérieure à 0°C.

c) La chaleur fournie par l'ensemble eau + calorimètre s'écrit: $Q_1' = (C + \mathrm{M}c_e)(\mathrm{T_f} - \mathrm{T_i})$.

le glaçon reçoit une quantité de chaleur $Q_2'$ telle que $Q_2' = m\mathrm{L}_f + mc_e(\mathrm{T_f} - 0)$.

En écrivant l'équation calorimétrique, $Q_1' + Q_2' = 0$, on obtient :

$$(C + \mathrm{M}c_e)(\mathrm{T_f} - \mathrm{T_i}) + m\mathrm{L}_f + mc_e(\mathrm{T_f} - 0) = 0,$$

d'où

$$\mathrm{T_f} = \frac{(C + \mathrm{M}c_e)\mathrm{T_i} - m\mathrm{L}_f}{C + (\mathrm{M} + m)c_e}.$$

Application numérique :

$$\mathrm{T_f} = \frac{(C + \mathrm{M}c_e)\mathrm{T_i} - m\mathrm{L}_f}{C + (\mathrm{M} + m)c_e} = \frac{(50{,}1 + 0{,}3 \times 4180) \times 15 - 50 \times 334}{50{,}1 + 0{,}35 \times 4180} \approx 1{,}9°\mathrm{C}.$$

2° La masse de glace qui absorbe totalement la chaleur $Q_1$ est telle que : $m' = \dfrac{Q_1}{\mathrm{L}_f} \approx 58{,}6$ g.

Donc la masse de glace qu'il faut ajouter est $\mu = m' - m = 8{,}6$ g.