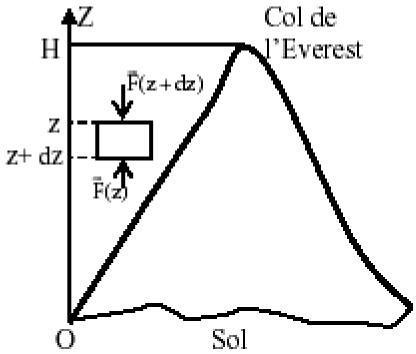
- Réponse Exercice de thermodynamique n° 1, ENTP, 2000 :



Considérons une tranche de fluide, de section de base s, comprise entre l'altitude z et $z + dz$; elle est soumise :

- à son poids : $m\vec{g} = (\rho\, s dz)\vec{g}$;
- à la force de pression appliquée sur le plan $z = \text{Cste}$:
$$\vec{F}(z) = P(z)\, s\, \vec{k} \;;$$
- à la force de pression appliquée sur le plan $z + dz = \text{Cste}$:
$$\vec{F}(z + dz) = -P(z + dz)\, s\, \vec{k}\,.$$

L'équilibre mécanique de la tranche de fluide permet d'écrire :

$$P(z)s\,\vec{k} - P(z+dz)\,s\,\vec{k} + \rho\,s\,dz\vec{g} = ,$$

ou encore

$$\frac{dP}{dz}\vec{k} = \rho\,\vec{g}\,,$$

soit

$$\overrightarrow{grad}P = \rho\,\vec{g}\ ; \tag{1}$$

c'est l'équation fondamentale de la statique des fluides.

En projetant la relation (1) sur l'axe Oz orienté verticalement vers le haut (voir figure ci-dessus), il vient :

$$dP = -\rho\,g\,dz\,. \tag{2}$$

La masse volumique ρ du fluide est déterminée à partir de l'équation d'état des gaz parfaits :

$$PV = nRT = \frac{m}{M}RT \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT},$$

en reportant ρ dans l'équation (2), on obtient :

$$\frac{dP}{P} = -\frac{Mg}{RT}dz\,,$$

soit, en intégrant entre l'altitude 0 et l'altitude z :

$$\int_{P_0}^{P}\frac{dP}{P} = \int_0^z -\frac{Mg}{RT}dz$$

$$\ln\frac{P}{P_0} = -\frac{Mgz}{RT}\ ;$$

on en déduit la loi de variation de la pression avec l'altitude :

$$P(z) = P_0\exp\left(-\frac{Mgz}{RT}\right).$$

Au sommet de l'Everest (z = H), la pression vaut :

$$P(H) = P_0\exp\left(-\frac{MgH}{RT}\right),$$

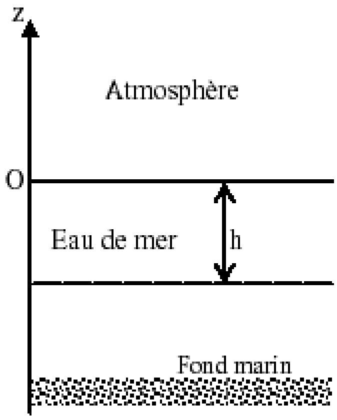
d'où

$$H = -\frac{RT}{Mg}\ln\left(\frac{P(H)}{P_0}\right).$$

Application numérique :

$$H = -\frac{8{,}32\times 273}{0{,}029\times 9{,}8}\ln\left(\frac{0{,}33}{1}\right) \approx 8860\text{ m}.$$

- Réponse Exercice de thermodynamique n° 2, ENTP, 2000 :



a) D'après la loi fondamentale de la statique des fluides (voir sujet A) :

$$\overrightarrow{grad}\,P = \rho\,\vec{g}\,,$$

et en projetant sur un axe Oz dirigé vers le haut, il vient :

$$dP = -\rho\, g dz\,.$$

Dans l'hypothèse où l'eau de mer est un liquide incompressible, sa masse volumique est constante, et en intégrant entre la surface libre $z = 0$ et une profondeur z donnée, on obtient :

$$\int_{P_0}^{P} dP = -\rho\, g \int_0^z dz\,,$$

soit

$$P(z) = P_0 - \rho\, g\, z \qquad (\text{avec } z < 0)\,.$$

Pour une profondeur h, on doit prendre $z = -h$. Donc, le plongeur subit une pression P telle que

$$P = P_0 + \rho\, g\, h\,,$$

Soit

$$P = 10^5 + 10^3 \times 9{,}8 \times 40 = 4{,}92 \cdot 10^5\ \text{Pa}\,,$$

ou encore

$$P = 4{,}92\ \text{atm.}$$

b) Le plongeur a respiré une quantité d'air dont la température est supposée constante au cours de la plongée. D'autre part, puisque le plongeur effectue sa plongée en bloquant sa respiration, le nombre de moles d'air respiré reste constant (ici les poumons du plongeur constituent un système fermé). On a d'après la loi de Mariotte :

$$P\,V = P_0\,V_0 \;\Rightarrow\; V = V_0 \frac{P_0}{P}\,.$$

Application numérique :

$$V = 6 \times \frac{1}{4{,}92} \approx 1{,}22\ \ell\,.$$