38

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Département de génie électrique

Examen final d'Électronique 1 - (ELE-3300)
Vendredi 21 décembre 2001 - 9 h 30 à 12 h

- **Seuls le cahier de laboratoire et une calculatrice sont autorisés.**

Question 1 : 4 points

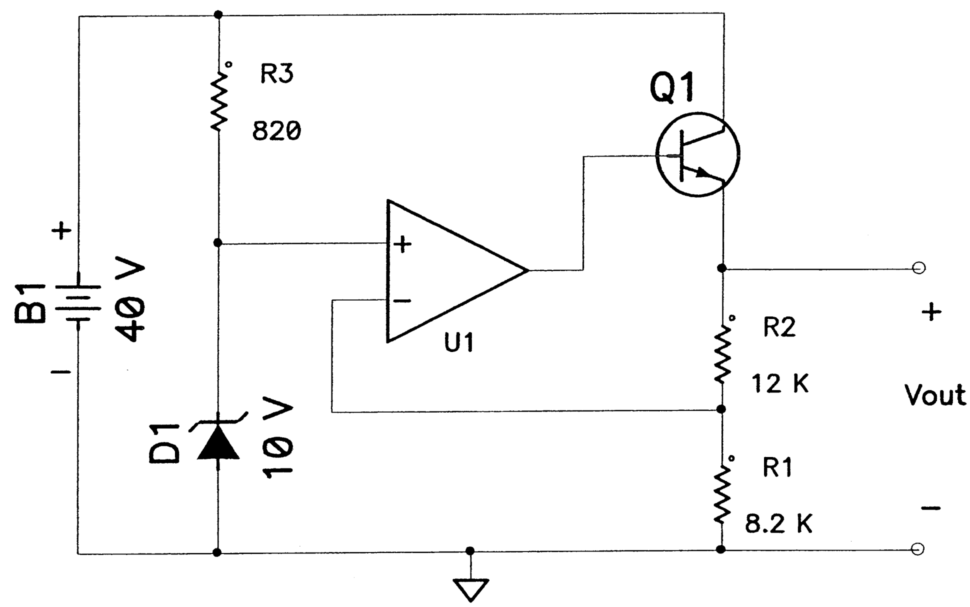


Figure 1

Le circuit représenté à la Figure 1 est un régulateur de tension. La diode Zener a une résistance $r_Z = 20\ \Omega$ et un $V_{ZT} = 10$ V @ $I_{ZT} = 50$ mA. L'ampli-op peut être considéré idéal. Il est correctement alimenté, même si les connexions aux alimentations ne sont pas représentées. Considérez que le BJT est dans sa région active, que son β est très grand et que $V_{BE} = 0.7$ V.

a) Calculez la tension à l'entrée + de l'ampli-op.

b) Calculez la tension de sortie V_{out}.

Question 2 : 6 points

39

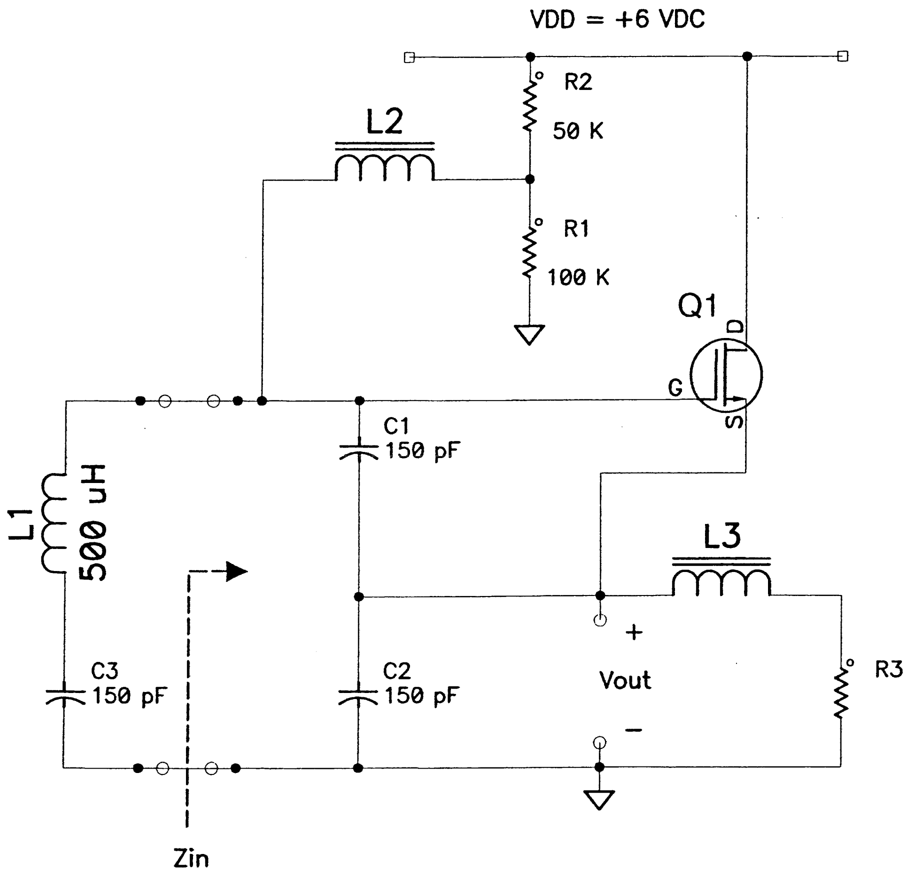


Figure 2 a)

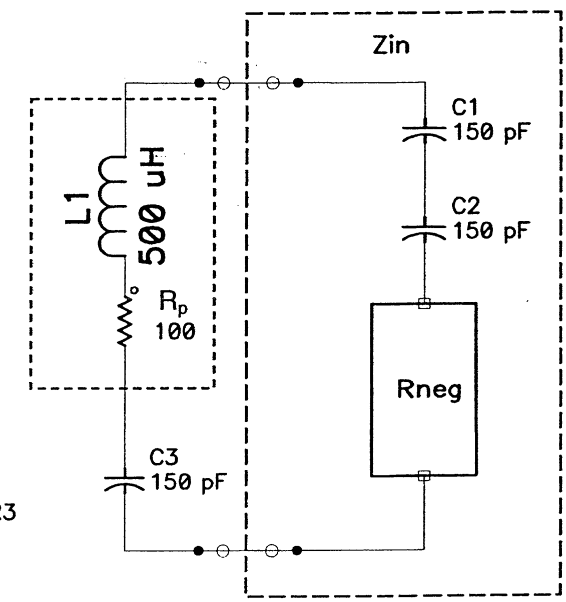


Figure 2 b)

La Figure 2a) est le circuit d'un oscillateur de Clapp. Q_1, C_1, C_2, R_1 à R_3 et L_2 , L_3 forment un amplificateur dont la partie réelle de l'impédance d'entrée, Z_{in} , est une résistance négative R_{Neg}. La Figure 2b) montre les composants de Z_{in} et le circuit formé de C_3, L_1 et R_p; R_p est la résistance représentant les pertes ohmiques de L_1. En calculant les paramètres du circuit pour que $|R_{Neg}| = R_p$, on obtient un circuit résonnant série idéal (i.e. sans perte). Une impulsion de courant due, par exemple, à la transitoire de mise sous tension produira alors une oscillation de fréquence $\omega_0 = (L_1C_{eq})^{-1/2}$ aussi longtemps que le circuit est alimenté. L'amplitude des oscillations est limitée ici par les non-linéarités du transistor.

Supposez que le circuit de la Figure 2a) est réalisé avec les composants suivants :

- Q_1 : NMOS à enrichissement avec $K = 100\ \mu A/V^2$, $V_t = 2V$ et $V_A \rightarrow \infty$.
- L_1 : inductance de 500 µH avec une résistance série de perte $R_p = 100\ \Omega$.
- C_1, C_2 , C_3 : condensateurs de 150 pF.
- L_2, L_3 : étrangleurs RF (en anglais, *RF chokes*). Considérez ces inductances comme étant infinies (donc, un circuit ouvert à la fréquence de fonctionnement de l'oscillateur). La résistance de ces bobines peut être considérée nulle.
- R_1, R_2, R_3 : résistances servant à polariser Q_1 au point de repos.

(suite à la page suivante)

40

a) Dessinez le circuit équivalent petit signal correspondant au circuit de la Figure 2a) à la fréquence d'opération de l'oscillateur, en tenant compte de la résistance R_p.
b) Comme le suggère la figure 2b), démontrez que l'impédance Z_{in} comporte :

   i) une partie imaginaire : $\mathrm{Im}\{Z_{in}\} = \frac{1}{j\omega C_1} + \frac{1}{j\omega C_2}$

   ii) et une partie réelle : $\mathrm{Re}\{Z_{in}\} = R_{Neg} = -\frac{g_m}{\omega^2 C_1 C_2}$.

c) Calculez la fréquence de résonance, f_0 , (en Hz) du circuit illustré en 2b) quand $|R_{Neg}| = R_P$.
d) Calculez la valeur minimale de g_m pour que le circuit fonctionne comme un oscillateur.
e) Calculez le courant de drain I_{DQ} correspondant au g_m minimal calculé en d).
f) Calculez R_3 pour obtenir le courant I_{DQ} calculé en e).

Question 3 : 5 points

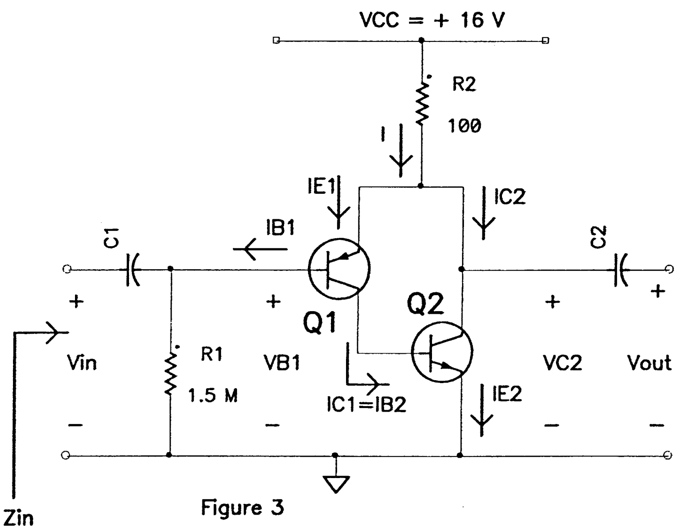


Figure 3

Les BJT utilisés dans le circuit ci-dessus ont les caractéristiques suivantes :
- Q_1 : pnp avec $\beta = 160$, $V_{EB} = 0.7$ V et $V_A \to \infty$.
- Q_2 : npn avec $\beta = 200$, $V_{BE} = 0.7$ V et $V_A \to \infty$.

C_1 et C_2 peuvent être considérés infinis. Les flèches indiquent des courants positifs.

a) Calculez les valeurs de I_{B1}, V_{B1}, V_{C2} et I au point de repos.
b) Dessinez le circuit équivalent petit signal.
c) Calculez les paramètres g_{m1}, $r_{\pi 1}$, g_{m2}, $r_{\pi 2}$.
d) Par inspection, donnez la valeur approximative du gain de tension $A = v_{out} / v_{in}$; justifiez votre réponse. À l'aide du modèle, calculez une valeur plus précise.
e) Calculez le module de l'impédance d'entrée Z_{in} (une réponse à 10 % près suffit).

41

Question 4 : 5 points

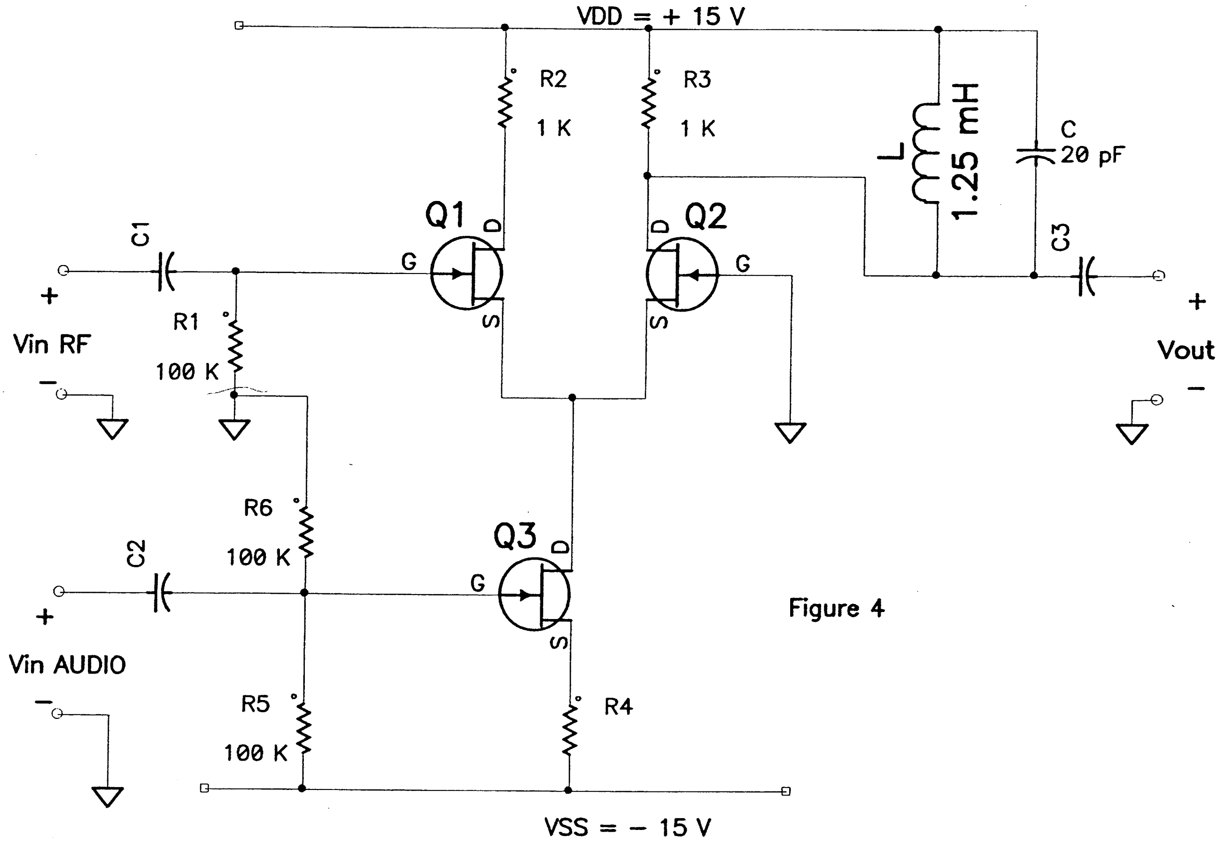


Figure 4

Le circuit de la Figure 4 est un modulateur AM semblable à celui que vous avez réalisé au dernier laboratoire. La porteuse $V_{in\ RF}$ est un signal sinusoïdal de 100 mV crête à 1 MHz. Le signal audio $V_{in\ AUDIO}$ est un signal sinusoïdal de 1 V crête à 1 kHz. Les JFET sont identiques et ont pour caractéristiques : I_{DSS} = 16 mA, V_p = -4 V et V_A = 100 V. Les condensateurs C_1, C_2, C_3 peuvent être considérés infinis. Pour simplifier l'analyse du circuit, ignorez l'effet des r_0 des JFET.

a) Calculez R_4 pour obtenir un courant de repos I_{DQ3} = 10 mA. Calculez le g_{m3} correspondant à ce point de polarisation du transistor Q_3.

b) Dessinez le circuit équivalent petit signal de l'étage différentiel (i.e. la partie du circuit comprenant Q_1, Q_2, R_1, R_2, R_3, L, C, C_1 et C_3).

c) Développez une expression générale pour le gain de tension $A_{RF} = V_{out} / V_{in\ RF}$ de l'étage différentiel, à la fréquence de résonance $\omega_0 = (LC)^{-1/2}$ du circuit LC .

d) Développez une expression du courant i_{DQ3} en fonction de $V_{in\ AUDIO}$.

e) Calculez A_{RF} quand la valeur instantanée de $V_{in\ AUDIO}$ = 0 V, + 1V, -1V.

Les professeurs : Michel BERTRAND et Robert GUARDO tél : 4365 (Guardo)

4364 (Bertrand)

42

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Département de génie électrique

Examen final d'Électronique 1 - (ELE-3300)
Automne 2001

- **Solutionnaire**

Question 1

Solution

Q 1a) Calcul de la tension à l'entrée + de l'ampli-op.

Calcul du V_{Z0} de la Zener :

$V_{Z0} = V_{ZT} - I_{ZT} \cdot r_Z$

$V_{Z0} = 10\ V - (50\ mA \times 20\ \Omega) = 9\ V$

Tension à l'entrée + de l'ampli-op :

$V_Z = V_{Z0} + I_Z \cdot r_Z$

$V_Z = V_{Z0} + [(V_{CC} - V_{Z0}) / (R_3 + r_Z)] \cdot r_Z$

$V_Z = 9\ V + [(40\ V - V_{Z0}) / (840\ \Omega)] \times 20\ \Omega$

$V_Z = 9.74\ V$

Q 1b) Calcul de la tension de sortie V_{out}.

Tension à l'entrée + de l'ampli-op : $V^+ = V_Z$

Tension à l'entrée - de l'ampli-op : $V^- = V_{out} \cdot [R_1 / (R_1 + R_2)]$

Tension à la sortie de l'ampli-op (et donc à la base du BJT) : $V_B = A(V^+ - V^-)$

Tension de sortie du régulateur (et à l'émetteur du BJT) : $V_{out} = V_B - V_{BE}$

$$V_{out} = A\left[V_Z - V_{out}\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right] - V_{BE}$$

$$V_{out} = \frac{A \times V_Z - V_{BE}}{1 + \frac{A \times R_1}{R_1 + R_2}} \approx \frac{V_Z}{\frac{R_1}{R_1 + R_2}} \quad \text{quand } A \to \infty$$

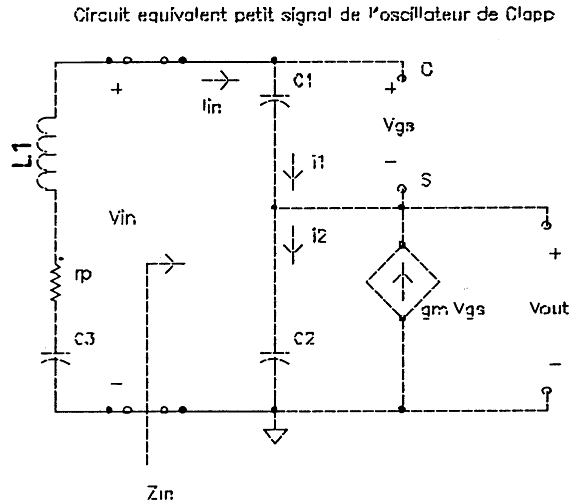
$$V_{out} \approx 9.74V \times \frac{20.2\,k\Omega}{8.2\,k\Omega} \approx 24V \qquad (23.99)$$

(43)

Question 2

Solution

Q 2a) Circuit équivalent petit signal de l'oscillateur de Clapp



Q 2b) Composantes de Z_{in}

Somme des courants au nœud S = 0

$$i_1 + g_m v_{gs} - i_2 = 0$$

$$\frac{v_{gs}}{Z_{C1}} + g_m v_{gs} - \frac{(v_{in} - v_{gs})}{Z_{C2}} = 0$$

$$v_{gs}\left[\frac{1}{Z_{C1}} + \frac{1}{Z_{C2}} + g_m\right] = \frac{v_{in}}{Z_{C2}}$$

Puisque $i_1 = i_{in} = v_{gs}/Z_{C1}$, on obtient :

$$i_{in} Z_{C1}\left[\frac{1}{Z_{C1}} + \frac{1}{Z_{C2}} + g_m\right] = \frac{v_{in}}{Z_{C2}}$$

$$Z_{in} \equiv \frac{v_{in}}{i_{in}} = Z_{C2} + Z_{C1} + g_m Z_{C1} Z_{C2} = \frac{1}{sC_2} + \frac{1}{sC_1} + \frac{g_m}{s^2 C_1 C_2}$$

$$\mathrm{Im}\{Z_{in}\} = \frac{1}{j\omega C_1} + \frac{1}{j\omega C_2} \quad \text{et } \mathrm{Re}\{Z_{in}\} = -\frac{g_m}{\omega^2 C_1 C_2}$$

C.Q.F.D.

44

Q 2c) Calcul de la fréquence de résonance du circuit :

D'après le circuit équivalent, on a un circuit résonnant LC série quand $|R_{Neg}| = r_P$.

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_{eq}}} \quad \text{où} \quad C_{eq} = \left[\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right]^{-1}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{500\mu H \times 50 pF}} = \frac{10^8\,Hz}{2\pi\sqrt{250}} \approx 1\,MHz$$

Q 2d) Calcul du g_m minimum pour permettre les oscillations :

La condition $|R_{Neg}| = r_P$ est nécessaire au fonctionnement en tant qu'oscillateur.

$$g_m = r_P \times \omega_0^2 C_1 C_2 = 100\,\Omega \times (2\pi \times 10^6\,Hz)^2 \times (150 \times 10^{-12}\,F)^2 \approx 90 \times 10^{-6}\,S$$

Q 2e) Calcul du courant de polarisation au point de repos :

$$I_{DQ} = \frac{g_m^2}{4K} = \frac{(90 \times 10^{-6}\,S)^2}{4 \times 100\mu A / V^2} = \frac{81 \times 10^{-10}}{4 \times 10^{-4}} A \approx 20.25 \times 10^{-6} A$$

Q 2f) Calcul de la résistance R_3 :

Tension à la grille de Q_1 au point de repos :

$$V_{GQ} = V_{DD} \times \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 6\,V \times \frac{100\,k\Omega}{150\,k\Omega} = 4\,V$$

Tension grille-source requise pour faire passer un courant $I_{DQ} = 20.25\ \mu A$:

$$V_{GSQ} = V_t \pm \sqrt{\frac{I_{DQ}}{K}} = 2\,V \pm \sqrt{\frac{20.25\mu A}{100\mu A / V^2}} = 2\,V \pm 0.45\,V$$

Q_1 est un NMOS à enrichissement, la solution compatible avec le fonctionnement dans la région de saturation est $V_{GSQ} = 2.45$ V, puisque V_{GSQ} doit être $> V_t$.

La tension à la source de Q_1 au point de repos :

$$V_{SQ} = V_{GQ} - V_{GSQ} = 4\,V - 2.45\,V = 1.55\,V$$

$$\text{Donc,} \quad R_3 = \frac{V_{SQ}}{I_{DQ}} = \frac{1.55\,V}{20.25\mu A} \approx 76\,k\Omega$$

(45)

Question 3

Solution

Q 3a) Calcul de I_{B1}, V_{B1}, V_{C2} et I au point de repos.

$$V_{CC} - R_2 I - V_{EB1} - I_{B1}R_1 = 0$$

En remplaçant I par $I_{E1} + I_{C2}$ et en réduisant ces courants à une fonction de I_{B1}.

$$V_{CC} - R_2(I_{E1} + I_{C2}) - V_{EB1} - I_{B1}R_1 = 0$$
$$V_{CC} - R_2(\beta_1 + 1)I_{B1} - R_2\beta_2 I_{B2} - V_{EB1} - I_{B1}R_1 = 0$$
$$V_{CC} - R_2(\beta_1 + 1)I_{B1} - R_2\beta_1\beta_2 I_{B1} - V_{EB1} - I_{B1}R_1 = 0$$
$$V_{CC} - V_{EB1} = I_{B1}[R_2(\beta_1 + 1) + R_2\beta_1\beta_2 + R_1]$$
$$I_{B1} = \frac{(V_{CC} - V_{EB1})}{[R_2(\beta_1\beta_2 + \beta_1 + 1) + R_1]} = \frac{(16 - 0.7)V}{[10^2(160 \times 200 + 161) + 1.5 \times 10^6]\Omega} = 3.24\,\mu A$$

La tension à la base de Q_1 est :

$$V_{B1} = R_1 I_{B1} = 1.5 \times 10^6 \Omega \times 3.24 \times 10^{-6} A = 4.87\ V$$

La tension au collecteur de Q_2 est aussi la tension à l'émetteur de Q_1 soit :

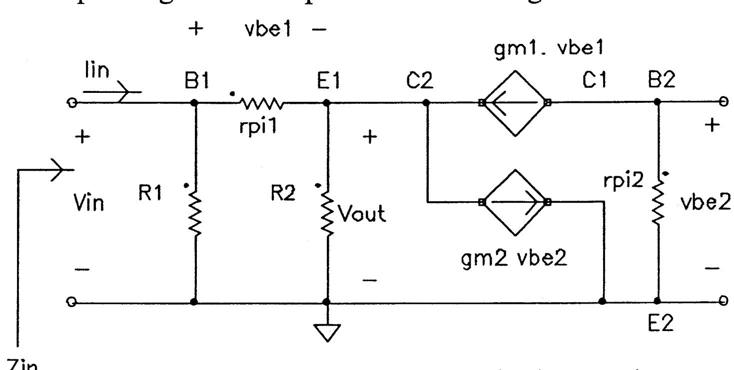
$$V_{C2} = V_{E1} = V_{B1} + .7 = 4.87 + .7 = 5.57\ V$$

$$I_{C1} = \beta_1 I_{B1} = 160 \times 3.24 \times 10^{-6} A = 518.4 \times 10^{-6} A$$

$$I_{C2} = \beta_1\beta_2 I_{B1} = 103680 \times 10^{-6} A$$

$$I = I_{E1} + I_{C2} \approx 104.2\ mA$$

Q 3b) Circuit équivalent petit signal de l'amplificateur de la Figure 3.



Circuit equivalent petit signal du circuit de la Figure 3

Q 3c) Calcul des paramètres g_m et r_π des transistors :

$$g_{m1} = \frac{I_{C1}}{V_T} = \frac{518.4\times10^{-6}\,A}{25\times10^{-3}\,V} = 20.74\times10^{-3}\,S$$

$$g_{m2} = \frac{I_{C2}}{V_T} = \frac{103680\times10^{-6}\,A}{25\times10^{-3}\,V} = 4.147\,S$$

$$r_{\pi1} = \frac{V_T}{I_{B1}} = \frac{25\times10^{-3}\,V}{3.24\times10^{-6}\,A} = 7.72\times10^{3}\,\Omega$$

$$r_{\pi2} = \frac{V_T}{I_{B2}} = \frac{25\times10^{-3}\,V}{160\times3.24\times10^{-6}\,A} = 48.2\,\Omega$$

Q 3d) Calcul du gain de tension de l'amplificateur.

Il s'agit d'une configuration collecteur commun (suiveur); le gain de tension est donc près de l'unité.

Pour un calcul plus précis :

La somme des courants au nœud E_1= 0, donne :

$$\frac{v_{be1}}{r_{\pi1}} + g_{m1}v_{be1} - g_{m2}v_{be2} - \frac{v_o}{R_2} = 0$$

$$v_{be1}\left[g_{m1} + \frac{1}{r_{\pi1}}\right] - g_{m2}v_{be2} = \frac{v_o}{R_2}$$

D'autre part, $v_{be2} = -g_{m1}v_{be1}r_{\pi2}$. Donc,

$$v_{be1}\left[g_{m1} + \frac{1}{r_{\pi1}} + g_{m1}g_{m2}r_{\pi2}\right] = \frac{v_o}{R_2}$$

Remplaçons v_{be1} par v_i - v_o et regroupons les termes en v_o :

$$v_iK = \frac{v_o}{R_2} + v_oK \qquad \text{où} \quad K = g_{m1} + \frac{1}{r_{\pi1}} + g_{m1}g_{m2}r_{\pi2} = 4.17S$$

$$A_v \equiv \frac{v_o}{v_i} = \frac{K}{K + \frac{1}{R_2}} = \frac{4.17S}{4.17S + 0.01S} = 0.9976\,\frac{V}{V}$$

Q 3e) Calcul de R_{in}.

Appelons i_i le courant injecté par la source de signal v_i à l'entrée de l'amplificateur.

$$i_i = \frac{v_i}{R_1} + i_{b1} = \frac{v_i}{R_1} + \frac{(v_i - v_o)}{r_{\pi1}} = v_i\left[\frac{1}{R_1} + \frac{(1 - A_v)}{r_{\pi1}}\right]$$

$$R_{in} \equiv \frac{v_i}{i_i} = R_B // \frac{r_{\pi1}}{1 - A_v} = 1.5\,M\Omega // \left[\frac{7.72\,k\Omega}{1 - 0.9976}\right] = 1.5\,M\Omega // 3.2\,M\Omega \approx 1\,M\Omega$$

Question 4

Solution

Q 4a) Calcul de R_4 pour obtenir un courant de repos $I_{DQ3} = 10$ mA :

$$K \equiv \frac{I_{DSS}}{V_p^2} = \frac{16\text{ mA}}{(-4)^2} = 1\text{ mA}/\text{V}^2$$

$$V_{GSQ3} = V_p \pm \sqrt{\frac{I_{DQ3}}{K}} = -4\text{ V} \pm \sqrt{\frac{10\text{ mA}}{1\text{ mA}/\text{V}^2}} = -7.162\text{ V} \quad \text{et} -0.838\text{ V}$$

Seul $V_{GSQ3} = -0.838$ V est compatible avec le fonctionnement dans la région de saturation.

$$V_{GQ3} = V_{SS} + \frac{(0 - V_{SS}) \times R_5}{R_5 + R_6} = -15\text{ V} + \frac{(0+15\text{ V}) \times 100\text{ k}\Omega}{200\text{ k}\Omega} = -7.5\text{ V}$$

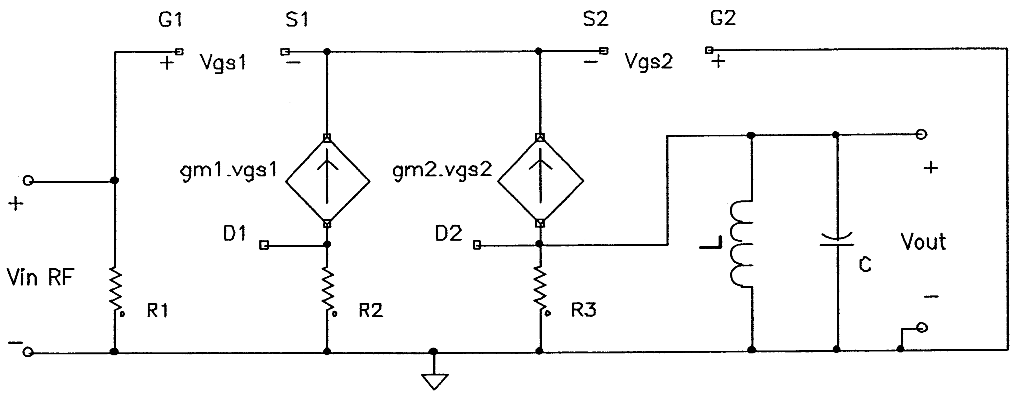
$$V_{SQ3} = V_{GQ3} - V_{GSQ3} = -7.5\text{ V} - (-0.838\text{ V}) = -6.662\text{ V}$$

$$R_4 = \frac{V_{SQ3} - V_{SS}}{I_{DQ3}} = \frac{(-6.662+15)\text{ V}}{10\text{ mA}} = 0.834\text{ k}\Omega$$

Pour le calcul de gm_3 :

$$g_{m3} = \sqrt{4KI_{DQ3}} = \sqrt{4 \times 1\, mA/V^2 \times 10\, mA} = 6.324\, mS$$

Q 4b) Circuit équivalent petit signal de l'étage différentiel.



Q 4c) Expression générale pour $A_{RF} = V_{out} / V_{in\ RF}$ à la fréquence de résonance.

Effectuons la somme des courants au nœud correspondant aux sources de Q_1 et Q_2.

$g_{m1} v_{gs1} + g_{m2} v_{gs2} = 0 \quad \rightarrow \quad v_{gs1} = -v_{gs2}$

car I_{DQ3} se partage également entre Q_1 et Q_2 et que, par conséquent, $g_{m1} = g_{m2}$.

$$v_{inRF} = v_{gs1} - v_{gs2} = -2v_{gs}$$

$$v_{out} = -Z(s) \times g_m \times v_{gs} \qquad \text{où} \quad Z(s) = R_3 // sL // 1/sC$$

$$v_{out} = Z(s) \times g_m \times \frac{v_{inRF}}{2}$$

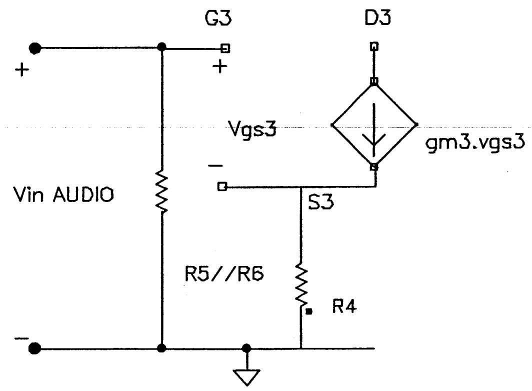
À la fréquence de résonance $\omega_0 = (LC)^{-1/2}$, le circuit LC parallèle a une impédance infinie.

Donc : $A_{RF} \equiv \dfrac{v_{out}}{v_{inRF}} = \dfrac{g_m \times R_3}{2}$

Q 4d) Expression de i_{DQ3} en fonction de V_{in} audio

On a : $i_{DQ3} = I_{DQ3} + i_{dq3} = 10mA + i_{dq3}$

Le circuit équivalent suivant permet de déterminer i_{dq3} en fonction de V_{in} audio :



$$v_{inAUDIO} = v_{s3} + v_{gs3} = v_{gs3}(1 + g_{m3}R_4)$$

$$i_{dq3} = g_{m3}v_{gs3};\ v_{gs3} = \frac{i_{dq3}}{g_{m3}};$$

$$v_{inAUDIO} = \frac{i_{dq3}}{g_{m3}}(1 + g_{m3}R_4) \Rightarrow i_{dq3} = \frac{g_{m3}}{(1 + g_{m3}R_4)}v_{inAUDIO}$$

Ainsi on a : $i_{DQ3} = 10mA + \dfrac{g_{m3}}{(1 + g_{m3}R_4)}v_{inAUDIO}$

Q 4e) Calcul de A_{RF} quand la valeur instantanée de $V_{in\ AUDIO} = 0$ V, +1V,-1V

De Q4c on a : $A_{RF} \equiv \dfrac{v_{out}}{v_{inRF}} = \dfrac{g_m \times R_3}{2}$

avec $g_m = \sqrt{\dfrac{4Ki_{DQ3}}{2}} = \sqrt{2 \times 1\ mA/V^2 \times \left(10mA + \dfrac{g_{m3}}{(1 + g_{m3}R_4)}v_{inAUDIO}\right)}$

- $V_{in\ AUDIO} = 0$

49

$$g_m = \sqrt{\frac{4KI_{DQ3}}{2}} = \sqrt{2 \times 1\ mA/V^2 \times 10\ mA} = 4.472\ mS$$

$$A_{RF} = \frac{4.472\ mS \times 1\ k\Omega}{2} = 2.236\ \frac{V}{V}$$

- $V_{in\ AUDIO} = 1V$

$$g_m = \sqrt{2 \times 1\ mA/V^2 \times \left(10mA + \frac{g_{m3}}{(1+g_{m3}R_4)} v_{inAUDIO}\right)}$$

$$\frac{g_{m3}}{(1+g_{m3}R_4)} = \frac{6.324\ mS}{(1+6.324\ mS \times 0.834\ k\Omega)} = 1.008\ mS$$

$$g_m = \sqrt{2 \times 1\ mA/V^2 \times (10mA + 1.008\ mS \times v_{inAUDIO})} \quad = 4.692\ mS$$

$$A_{RF}\ max = \frac{4.692\ mS \times 1\ k\Omega}{2} = 2.346 \frac{V}{V}$$

- $V_{in\ AUDIO} = -1V$

$$g_m = \sqrt{2 \times 1\ mA/V^2 \times (10mA - 1.008\ mS)} \quad = 4.241\ mS$$

$$A_{RF}\ max = \frac{4.241\ mS \times 1\ k\Omega}{2} = 2.12 \frac{V}{V}$$

Les professeurs : Michel Bertrand et Robert Guardo