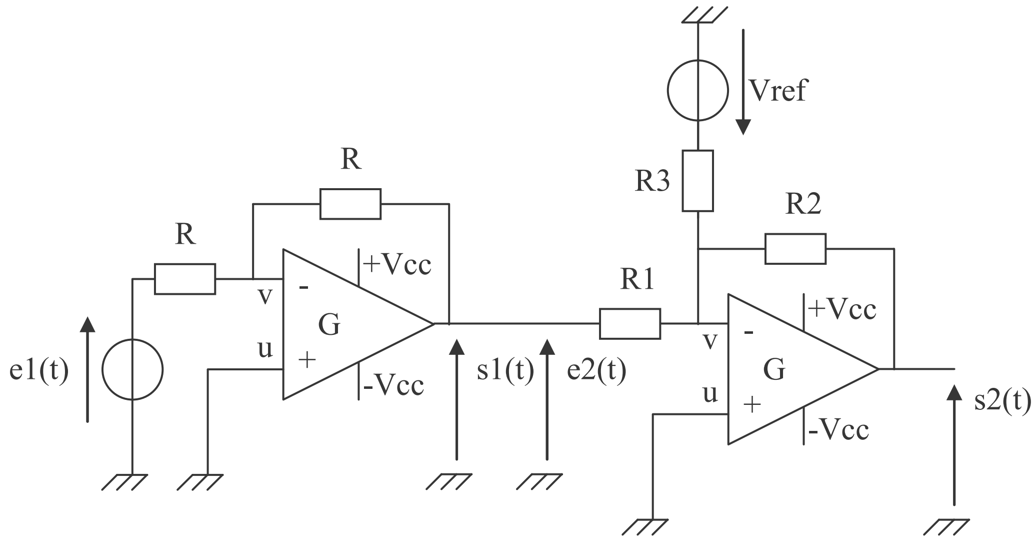
Nom : **Prénom :**

-Devoir surveillé "**à trous**" (durée impartie = 2h00)

-La calculatrice est autorisée.

-L'énoncé est à lire entièrement mais la plupart des questions sont indépendantes.

Partie 1. : Amplificateurs opérationnels et montages usuels (10 points)



1.1. Déterminer le régime de fonctionnement probable des deux ampli-op en justifiant. (0.5pt)

Les deux ampli-op sont montés en contre réaction (la sortie est bouclée sur l'entrée v-) sans aucune autre réaction positive. Ils sont donc à même de fonctionner en régime linéaire si tant est que les entrées ne dépassent pas les niveaux de saturation.

1.2. Exprimer s1(t)=f(e1(t)). (0.5pt)

$$\text{Hypothèse} : |u - v| < Vsat / G_0 \ (ie.régime\ linaire) \Rightarrow (u - v) = s/G_0 = s/\infty = 0 \Rightarrow u = v = 0 \ (1)$$

$$Millman : v = \frac{\frac{s1}{R} + \frac{e1}{R}}{1/R + 1/R} \Rightarrow v = \frac{s1 + e1}{2} (2)$$

$$\boxed{(1) et (2) \Rightarrow e1(t) = -s1(t)}$$

1.3. Exprimer s2(t)=f(R3, R1, Vref, R2, e2(t)). (1pt)

$$\text{Hypothèse} : |u - v| < Vsat / G_0 \ (ie.régime\ linaire) \Rightarrow (u - v) = s/G_0 = s/\infty = 0 \Rightarrow u = v = 0 \ (1)$$

$$Millman : v = \frac{\frac{s2}{R2} + \frac{Vref}{R3} + \frac{e2}{R1}}{\frac{1}{R2} + \frac{1}{R3} + \frac{1}{R1}} (2)$$

$$(1) et (2) \Rightarrow \frac{s2}{R2} + \frac{Vref}{R3} + \frac{e2}{R1} = 0$$

$$\boxed{\Rightarrow s2(t) = -R2\left(\frac{Vref}{R3} + \frac{e2(t)}{R1}\right)}$$

1.4. Vérifier que $s2(t) = R2\left(\frac{e1(t)}{R1} - \frac{Vref}{R3}\right)$ et calculer les résistances R2 et R3 afin de convertir la plage de tension e1[-1V, + 1V] en s2[0, +1 V] (par exemple : -0,5[V] en entrée donne + 0,25[V] en sortie). On donne : R1=100[kΩ] ; Vref =-5[V]. (1pt)

$$\begin{cases} e1(t) = -s1(t) \\ s2(t) = -R2\left(\frac{Vref}{R3} + \frac{e2(t)}{R1}\right) \end{cases} or\ s1(t) = e2(t) \quad \boxed{\Rightarrow s2(t) = R2\left(\frac{e1(t)}{R1} - \frac{Vref}{R3}\right)}$$

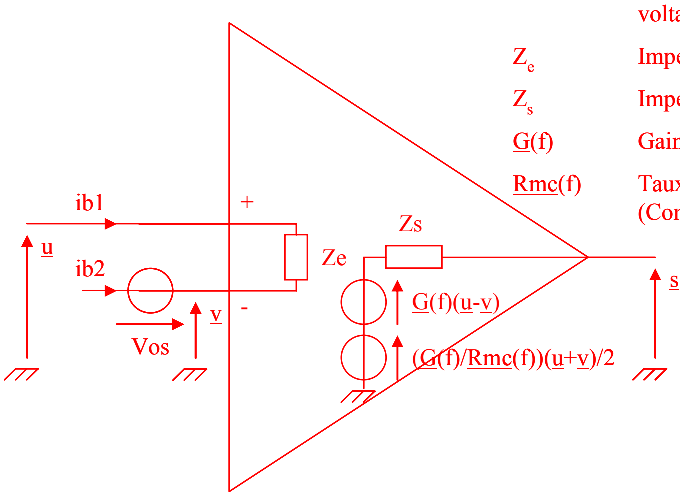
$$\begin{cases} 0 = R2\left(\frac{-1}{100k} - \frac{-5}{R3}\right) \ (1) \\ 1 = R2\left(\frac{1}{100k} - \frac{-5}{R3}\right) \ (2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (1)-(2) \Rightarrow 0-1 = R2\left(\frac{-1}{100k} - \frac{-5}{R3}\right) - R2\left(\frac{1}{100k} - \frac{-5}{R3}\right) \\ (1)+(2) \Rightarrow 0+1 = R2\left(\frac{-1}{100k} - \frac{-5}{R3}\right) + R2\left(\frac{1}{100k} - \frac{-5}{R3}\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -1 = 2.R2\left(\frac{-1}{100k}\right) \\ 1 = 2.R2\left(-\frac{-5}{R3}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R2 = 50k \\ 1 = 2.R2\left(-\frac{-5}{R3}\right) \end{cases}$$

$$\boxed{\Rightarrow \begin{cases} R2 = 50k \\ R3 = 10.R2 = 500k \end{cases}}$$

1.5. Représenter l'Ampli-op réel à l'aide d'un model équivalent en y faisant figurer les variables : u(+) ; v(-) ; s ; Ze ; Zs ; ib1 ; ib2 ; Vos ; G(f) et Rmc(f) et ce qu'elles représentent. (1pt)

Symboles	Grandeurs
ib_1 et ib_2	Courants d'entrée (input current)
Vos	Tension de décalage d'entrée (input offset voltage)
Z_e	Impédance d'entrée (input impedance)
Z_s	Impédance de sortie (output impedance)
G(f)	Gain en boucle ouverte (Open-loop gain)
Rmc(f)	Taux de rejection en mode commun (Commun mode rejection ratio)



1.6. A quoi est due la tension de décalage Vos ? (0,5pts)

Cette imperfection de l'ampli-op est due à une dissymétrie inévitable de construction. Dans le cas d'ampli-op basés sur des transistors bipolaires, la tension de décalage d'entrée a pour origine la différence entre les tensions Vbe (environ 0,6V) des deux transistors de l'étage différentiel d'entrée.

1.7. Quelles peuvent être les conséquences de cette tension sur la sortie s d'un montage ? (donner l'équation de $\Delta s = f(A_0, Vos)$ avec A_0 : gain statique du montage). (0,5pt)

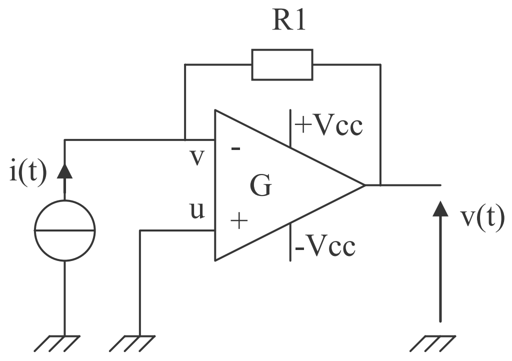
On montre que la tension de décalage en sortie notée Δs (due à la tension de décalage d'entrée Vos) est égale au produit de la tension Vos par le gain du montage.

$$\boxed{\Delta s = Vos.Ao}$$

1.8. Pourquoi les courants ib1 et ib2 sont non nuls ? (0,5pt)

En pratique, les transistors qui composent l'étage d'entrée de l'ampli-op (étage différentiel) sont parcourus par des courants faibles, mais non nuls: il s'agit du courant de base (techno Bipo) ou courant de grille (techno FET).

Certains capteurs, tels que les photodiodes mais aussi certains biocapteurs, génèrent un courant de très faible amplitude, typiquement dans le domaine du nano-ampère [nA]. Aussi avant de les amplifier on préfère généralement les convertir en tension grâce à des dispositifs comme celui ci-dessous…



1.9. Exprimer cette conversion par une fonction v(t)=f(R1,i(t)). (1pts)

$$\text{Hypothèse}: Ze = \infty$$

$$Theorème\ des\ noeuds: i(t) + v(t)/R1 = 0$$

$$\boxed{\Rightarrow v(t) = -R1.i(t)}$$

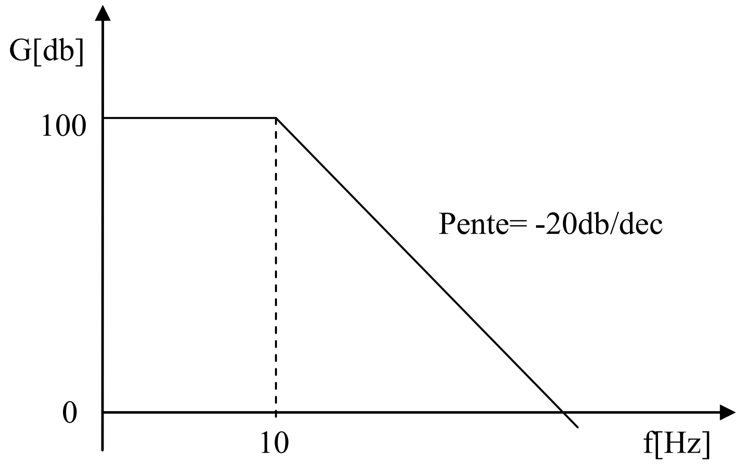
1.10. Préciser et justifier si il est préférable d'utiliser un amplificateur avec un étage d'entrée à JFET ayant un courant d'entrée de l'ordre du [pA] ou si l'on peut se contenter d'un étage d'entrée à Jonction Bipolaire ayant un courant d'entrée de l'ordre du [nA]. (0.5pt)

Il est préférable d'utiliser un amplificateur avec un étage d'entrée à JFET ayant un courant d'entrée de l'ordre du [pA] afin que l'essentiel du courant i(t) soit convertit en tension, on augmente ainsi la précision.

1.11. Préciser et justifier si il est préférable d'utiliser une résistance R1 de l'ordre du [MΩ] ou de l'ordre de l'[Ω]. (0.5pt)

Il est préférable d'utiliser une résistance R1 de l'ordre du [MΩ] (grande) car il est dit que le capteur génère un courant de l'ordre du [nA] (petit), on augmente ainsi la sensibilité.

On veut réaliser un système ayant une amplification de 60[dB] sur une bande passante de fréquence allant de 0 à 100[kHz]. Pour cela on dispose d'AOPs ayant la caractéristique suivante:



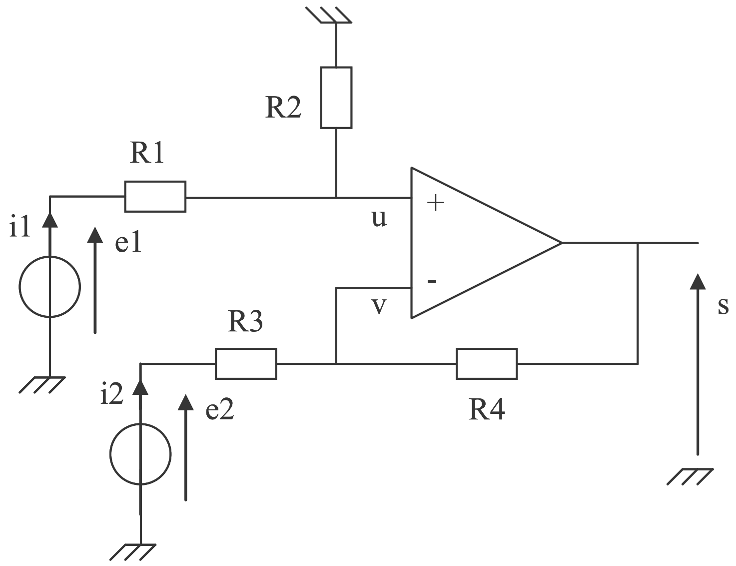
1.12. Justifier combien d'AOPs il est nécessaire d'utiliser. (2pts)

Si l'on veut que le système ait une bande passante de 100k, chaque montage doit donc avoir une bande passante de 100k. Compte tenu de la caractéristique des AOPs cela revient à dire que chaque montage doit avoir un gain de 20db. Or si l'on veut atteindre un gain de 60db cela revient à mettre en cascade 3 amplificateurs non inverseur, donc 3 AOPs sont nécessaires à cette réalisation.

fc=10Hz	100	1k	10k	100k
Ao=100db	80	60	40	20

1.13. Donner le facteur de mérite F1 de cet AOP. (0.5pts)

Partie 2. : Amplificateur différentiel (5 points)



2.1. Retrouver l'expression: $s = e1.a - e2.b \ avec\ a = (\frac{R4+R3}{R2+R1})\frac{R2}{R3}\ et\ b = (\frac{R4}{R3})$. (2pts)

$$\text{Hypothèse}: |\mathrm{u - v}| < Vsat/\mathrm{G_0}\ (ie.régime\,linaire) \Rightarrow (\mathrm{u - v}) = \mathrm{s/G_0} = s/\infty = 0 \Rightarrow \mathrm{u = v}\ (1)$$

$$\underline{qd}\ e1 = 0 \Rightarrow Millman: \mathrm{v} = \frac{\frac{e2}{R3} + \frac{s_{e1=0}}{R4}}{1/R3 + 1/R4}\ \text{or v} = 0 \Rightarrow 0 = \frac{e2}{R3} + \frac{s_{e1=0}}{R4} \Rightarrow s_{e1=0}/e2 = -\frac{R4}{R3}(2)$$

$$\underline{qd}\ e2 = 0 \Rightarrow Millman: \mathrm{u} = \frac{\frac{e1}{R1} + \frac{0}{R2}}{1/R1 + 1/R2} = \frac{R2.e1}{R2+R1}\ et\ Millman: \mathrm{v} = \frac{\frac{0}{R3} + \frac{s_{e2=0}}{R4}}{1/R3 + 1/R4} = \frac{R3.s_{e2=0}}{R4+R3}\ (3)$$

$$(1)et(3) \Rightarrow \frac{R2.e1}{R2+R1} = \frac{R3.s_{e2=0}}{R4+R3} \Rightarrow s_{e2=0}/e1 = \frac{R2(R4+R3)}{R3(R2+R1)}(4)$$

Par application du théorème de superposition on trouve:

$$\boxed{(2)et(4) \Rightarrow s = s_{e1=0} + s_{e2=0} = \frac{R2(R4+R3)}{R3(R2+R1)}e1 - \frac{R4}{R3}e2}$$

On montre que s peut s'écrire sous la forme:

$$s = Ad\left[e1 - e2 + \frac{1}{R'mc}.\frac{e1+e2}{2}\right] = (\frac{a+b}{2}).[Ud + Umc.\frac{(a-b)}{(\frac{a+b}{2})}]$$

2.2. Quelle condition les résistances doivent elles remplir pour que la rejection en mode commun soit infinie ? Justifier. (1pt)

$$R'mc = \frac{a+b}{2(a-b)} \Rightarrow R'mc = \infty\ ssi\ a = b$$

$$\Rightarrow \left(\frac{R4+R3}{R2+R1}\right)\frac{R2}{R3}=\frac{R4}{R3}$$
$$\Rightarrow (R4+R3)R2=R4(R2+R1)$$
$$\Rightarrow R4.R2+R3.R2=R4.R2+R4.R1$$
$$\boxed{\Rightarrow R3.R2=R4.R1 \quad ou \quad \frac{R3}{R4}=\frac{R1}{R2}}$$

2.3. Calculer R2 et R4 pour que l'amplification de mode différentiel soit égale à 40[db]. On donne R1=2,2[kΩ] et R3=2,2[kΩ] et $\frac{R4}{R3}=\frac{R2}{R1}$ (ie a=b). (0,5pt)

Ad=a=$10^{40/20}$1=100=R4/R3=R2/R1 d'où R2 = R1*100=220 kΩ et R4 = R3*100=220 kΩ

On souhaite amplifier une tension différentielle (e1-e2) issue de l'activité électrique d'un rat (e1=1,0005[mV] et e2=0,9995[μV]). Dans ce but, on propose d'utiliser un amplificateur différentiel ayant un gain différentiel Ad=40[db]. Mais en raison d'un imprécision sur les résistance de 1% sa rejection en mode commun sera limitée à R'mc=80[dB].

2.4. Calculer la valeur de la tension différentielle Ud et de la tension en mode commun Umc. (0,5pts)

Ud =e1-e2=(1,0005-0,9995).10^{-3}=1.10^{-6}[V]

Tension différentielle =(e1+e2)/2=((1,0005+0,9995)/2).10^{-3}=1.10^{-3}[V]

2.5. Calculer la valeur de la tension de sortie sTheo (Rmc infini) et sExpe (R'mc=80db) et en déduire l'erreur de mesure commise. (1pt)

$$|\text{Erreur}|=\left|\frac{\text{sTheo - sExpe}}{\text{sTheo}}\right|\%$$

$$stheo=Ad[e1-e2]$$
$$\boxed{AN: sTheo=100[1.10^{-6}]=100.10^{-6}[V]}$$

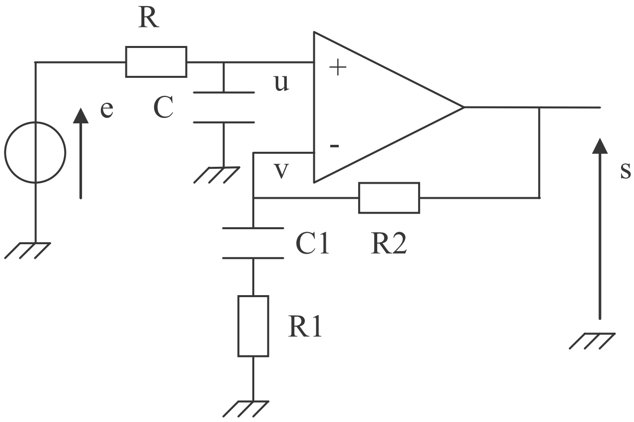
$$sExpe=Ad\left[e1-e2+\frac{1}{R'mc}.\frac{e1+e2}{2}\right]$$
$$\text{Or } 20.\log(R'mc)=80[db]$$
$$\Rightarrow \log(R'mc)=4$$
$$\Rightarrow R'mc=10^{\log(R'mc)}=10^4$$
$$\boxed{AN: sExpe=100\left[1.10^{-6}+\frac{1}{10^4}.1.10^{-3}\right]=100[1.10^{-6}+0{,}1.10^{-6}]=110.10^{-6}[V]}$$

L'erreur relative (ou incertitude) de mesure est égale à 10%

$$|\text{Erreur}|=\left|\frac{100-110}{100}\right|=10\%$$

Partie 3. : Le filtrage actif (5 pts)

3.1. On dispose d'un signal issu de l'enregistrement d'une voie par un microphone. Le spectre audible s'étend de 20 Hz pour les fréquences les plus graves, à 20 kHz pour les fréquences les plus aiguës. Ce signal doit être transmis sur une ligne téléphonique qui a une bande passante plus restreinte. On veut donc effectuer un filtrage pour ne garder que les fréquences correspondant au spectre de la voie et compatible avec la norme téléphonique. Pour cela, on utilise le filtre représenté ci-dessous.



3.2. Montrer que la fonction de transfert du montage ci-dessus peut se mettre sous la forme: (2pts)

$$\frac{s}{e} = (1+(R1C1+R2C1).p).\frac{1}{(1+.R1C1.p)}.\frac{1}{(1+RCp)}$$

$$\text{Hypothèse} : |u - v| < Vsat/G_0 \ (ie.\text{régime linaire}) \Rightarrow (u - v) = s/G_0 = s/\infty = 0 \Rightarrow u = v \ (1)$$

$$Millman : u = \frac{\frac{e}{R}+\frac{0}{Zc}}{1/R+1/Zc} \Rightarrow u = \frac{e}{1+R/Zc}(2)$$

$$Millman : v = \frac{\frac{0}{Zc1+R1}+\frac{s}{R2}}{\frac{1}{Zc1+R1}+1/R2} \Rightarrow v = \frac{s}{\frac{R2}{Zc1+R1}+1}(3)$$

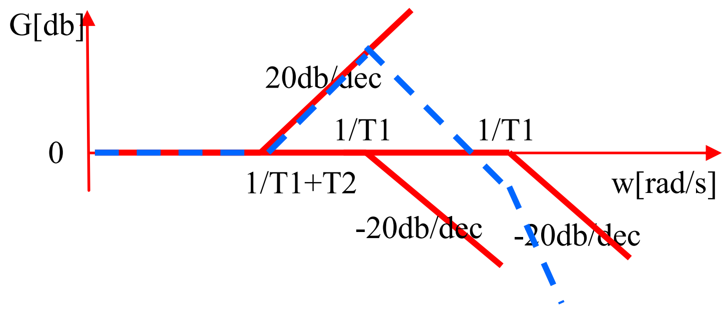
$$(1)(2)et(3) \Rightarrow \frac{e}{1+R/Zc} = \frac{s}{\frac{R2}{Zc1+R1}+1} \Rightarrow \frac{e}{1+R/Zc} = \frac{s}{\frac{R2}{Zc1+R1}+1} \Rightarrow \frac{s}{e} = \frac{\frac{R2}{Zc1+R1}+1}{1+R/Zc}$$

$$\Rightarrow \frac{s}{e} = \frac{\frac{R2}{1/C1.p+R1}+1}{1+RCp} \Rightarrow \frac{s}{e} = \frac{\frac{R2.C1.p}{1+C1.p.R1}+\frac{1+C1.p.R1}{1+C1.p.R1}}{1+RCp} \Rightarrow \frac{s}{e} = \frac{R2.C1.p+1+C1.p.R1}{(1+C1.p.R1)(1+RCp)}$$

$$\Rightarrow \frac{s}{e} = (1+(R1C1+R2C1).p).\frac{1}{(1+.R1C1.p)}.\frac{1}{(1+RCp)}$$

3.3. Cette fonction de transfert peut être vu comme la mise en cascade de trois filtres. Identifier l'intégrateur et les deux passes bas puis tracer à main levée le diagramme de Bode de chaque filtre et déduire très simplement celui de la fonction de transfert du montage. (1,5pts)

On identifie respectivement s/e=Int*PB1*PB



Soient les fonctions de transfert suivantes :

$$\mathrm{H1(p)} = \frac{2}{p^2 + p + 1} \quad \mathrm{H2(p)} = \frac{p}{p^2 + p + 1} \quad \mathrm{H3(p)} = \frac{4p^2}{p^2 + \sqrt{2}.p + 1}$$

3.4. Déterminer le type de filtre dont il s'agît pour chacune des fonctions en précisant les paramètres importants (pulsations propre w_0, gain H_0, facteur d'amortissement z). (1,5pts)

On rappelle quelques formes canoniques du deuxième ordre:

$$h(p) = H_0 \frac{1}{1 + 2\xi \frac{p}{\omega_0} + \left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2} \equiv PBas \quad h(p) = H_0 \frac{2\xi \frac{p}{\omega_0}}{1 + 2\xi \frac{p}{\omega_0} + \left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2} \equiv PBande \quad h(p) = H_0 \frac{\left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2}{1 + 2\xi \frac{p}{\omega_0} + \left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2} \equiv PHaut$$

H1(p): H0=1; w0=√2; z=1/2√2 : Passe Bas

H2(p): H0=1; w0=1; z=0,5 : Passe Bande

H3(p): H0=4; w0=1; z=1/√2 : Passe Haut