Nom : **Prénom :**

-Devoir surveillé "**à trous**" (durée impartie = 2h00)

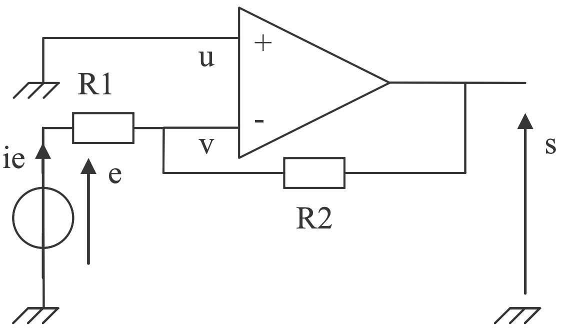
-La calculatrice est autorisée.

-L'énoncé est à lire entièrement mais la plupart des questions sont indépendantes.

Partie 1. : Amplificateurs opérationnels et montages usuels (9 points)

Impédance d'entrée d'un montage à base d'ampli-op réél

On note Rmc: le taux de rejection de l'ampli-op, G: le gain de l'ampli-op dont le gain statique G_0=100k et A: le gain du montage dont le gain statique A_0=10.



1.1. Exprimer l'impédance d'entrée du montage Ze'=f(G,R1,A) en considérant Rmc infini. (2pts)

$$\mathrm{R1}.\underline{ie} = \underline{e} - \underline{v} \quad (1)$$

$$\text{Hypothèse}: |\underline{u} - \underline{v}| < Vsat/|\underline{G}| \ (ie.\text{régime linaire}) \Rightarrow (\underline{u} - \underline{v}) = \underline{s}/\underline{G} \Rightarrow \underline{s}/\underline{G} = -\underline{v} \quad (2)$$

$$(1) et (2) \Rightarrow \mathrm{R1}.\underline{ie} = \underline{e} + \underline{s}/\underline{G}$$

$$\Rightarrow R1/\underline{Ze'} = 1 + \underline{A}/\underline{G} \ avec \ \underline{A} = \underline{s}/\underline{e} \ et \ \underline{Ze'} = \underline{e}/\underline{ie}$$

$$\boxed{\Rightarrow \underline{Ze'} = \frac{R1}{1 + \underline{A}/\underline{G}}}$$

On précise que les fréquences de coupure du montage et de l'ampli-op sont respectivement fc'=10kHz et fc=10Hz. On rappel qu'en première approximation la fonction de transfert de l'ampli-op est équivalente à un filtre passe bas du 1er ordre. Enfin on précise que e(t)=E.sin(2π.10.t)

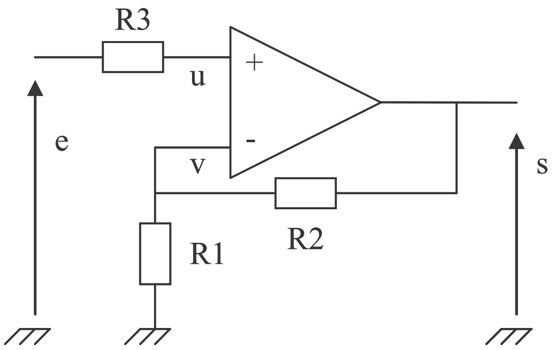
1.2. Donner la nouvelle expression de Ze' en justifiant. (1pts)

Sachant que e(t) a pour fréquence f=10Hz=fc << fc', on en déduit que G et A sont respectivement équivalent à G_0 et A_0 or G_0 >> A_0 d'où :

$$\boxed{\Rightarrow \underline{Ze'} = \frac{R1}{1 + A0/G0} \approx R1}$$

Gain du montage non inverseur et bande passante petits signaux

Le gain en boucle ouverte de l'ampli-op sera noté $\underline{G}$.



1.3. Justifier en détail le rôle joué par la résistance R3. (1pts)

La résistance R3 à pour fonction de compenser une partie des effets dus au courant de polarisation.
On choisi une résistance R3=R2//R1 (ie. de telle sorte que les résistances vues des bornes u et v soient identiques).
Ainsi la chute de tension « x » due au courant de polarisation moyen sera égalée aux deux entrées, si bien que ses effets sur la sortie seront parfaitement annulés (s=G(u+x-v-x)=G(u-v).

On suppose désormais, tous les paramètres de l'ampli-op idéaux excepté $\underline{G}$.

1.4. Montrer que le gain complexe du montage peut prendre la forme "canonique" d'un passe bas du 1er ordre étant admis que $\underline{G} = \dfrac{G_0}{1+j\omega\theta}$ en identifiant A' le gain statique du montage et θ' la constante de temps du montage. (2pts)

$$\text{Hypothèse} : |\underline{\mathrm{u}} - \underline{\mathrm{v}}| < Vsat/|\underline{\mathrm{G}}(\mathrm{f})| \ (ie.régime\, linaire) \Rightarrow (\underline{\mathrm{u}} - \underline{\mathrm{v}}) = s/\underline{\mathrm{G}}(\mathrm{f}) \ \Rightarrow \underline{\mathrm{S}} = (\underline{\mathrm{E}} - \underline{\mathrm{v}}).\underline{\mathrm{G}}(\mathrm{f}) \quad (1)$$

$$Millman : \underline{\mathrm{V}} = \frac{\dfrac{0}{R1} + \dfrac{\underline{\mathrm{S}}}{R2}}{1/R1 + 1/R2} \Rightarrow \underline{\mathrm{V}} = \frac{\underline{\mathrm{S}}/R2}{1/R1+1/R2} = \frac{\underline{\mathrm{S}}.R1.R2}{(R1+R2)R2} = \frac{\underline{\mathrm{S}}.R1}{(R1+R2)} = \frac{\underline{\mathrm{S}}}{A_0} \quad (2)$$

avec $A_0 = 1 + \dfrac{R_2}{R_1}$

$$(1) et (2) \Rightarrow \underline{\mathrm{S}} = (\underline{\mathrm{E}} - \frac{\underline{\mathrm{S}}}{A_0}).\underline{\mathrm{G}}(\mathrm{f}) \Rightarrow \underline{\mathrm{S}}(1 + \frac{\underline{\mathrm{G}}(\mathrm{f})}{A_0}) = \underline{\mathrm{E}}.\underline{\mathrm{G}}(\mathrm{f})$$

$$\Rightarrow \frac{\underline{S}}{\underline{E}} = \underline{A}(f) = \frac{\underline{G}(f)}{1+\frac{\underline{G}(f)}{A_0}} = \frac{A_0}{1+\frac{A_0}{\underline{G}(f)}} \quad (3)$$

Montrons que l'expression de $\underline{A}$ peut se mettre sous la forme:

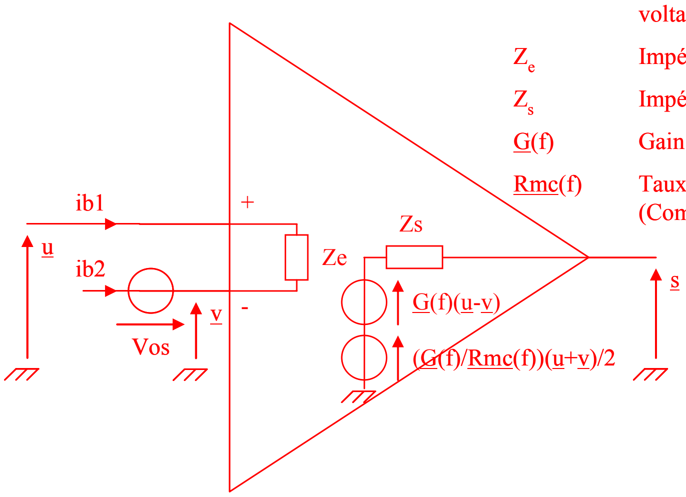
$$\underline{A}(f) = \frac{A_0}{1+\frac{A_0}{\underline{G}(f)}} \ (3) \ et \ \underline{G}(f) \ = \ \frac{G_0}{1+j2\pi f\theta} \ (4)$$

$$(3)et(4) \Rightarrow \underline{A}(f) = \frac{A_0}{1+\frac{A_0}{\frac{G_0}{1+j2\pi f\theta}}} = \frac{A_0}{1+\frac{A_0}{G_0}(1+j2\pi f\theta)} = \frac{A_0}{1+\frac{A_0}{G_0}+j2\pi f\theta\frac{A_0}{G_0}} = \frac{A_0/(1+\frac{A_0}{G_0})}{1+j2\pi f(\theta\frac{A_0/Go}{1+\frac{A_0}{G_0}})}$$

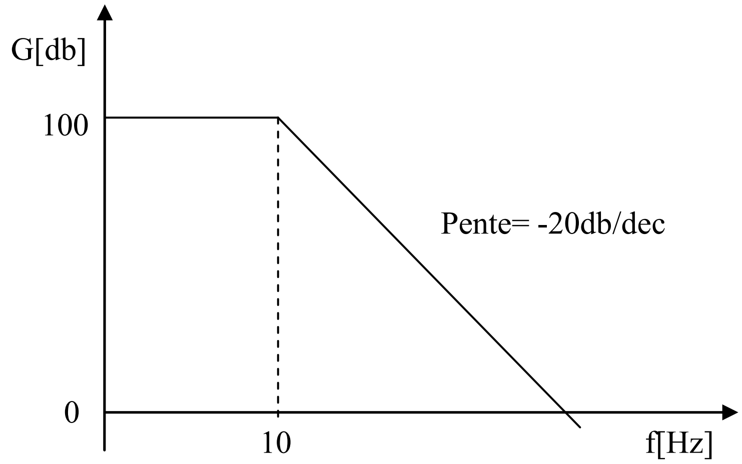
$$\boxed{\Rightarrow \underline{A}(f) = \frac{A'}{1+j2\pi f\theta'} \ avec \ A' = G_0.\frac{A_0}{G_0+A_0} \ et \ \theta' = \theta.\frac{A_0}{Go+A_0} = \theta.\frac{A'}{Go} \ (5)}$$

1.5. Représenter l'Ampli-op réel à l'aide d'un model équivalent en y faisant figurer les variables : u(+) ; v(-) ; s ; Ze ; Zs ; ib1 ; ib2 ; Vos ; G(f) et Rmc(f) et ce qu'elles représentent. (1pt)

Symboles	Grandeurs
ib_1 et ib_2	Courants d'entrée (input current)
Vos	Tension de décalage d'entrée (input offset voltage)
Z_e	Impédance d'entrée (input impedance)
Z_s	Impédance de sortie (output impedance)
$\underline{G}$(f)	Gain en boucle ouverte (Open-loop gain)
$\underline{Rmc}$(f)	Taux de rejection en mode commun (Commun mode rejection ratio)



On veut réaliser un système ayant une amplification de 80[dB] sur une bande passante de fréquence allant de 0 à 100[kHz]. Pour cela on dispose d'AOPs ayant la caractéristique suivante:



1.6. Justifier combien d'AOPs il est nécessaire d'utiliser et la fonçons d'ont ils seront montés (type d'amplifcation). (1.5pts)

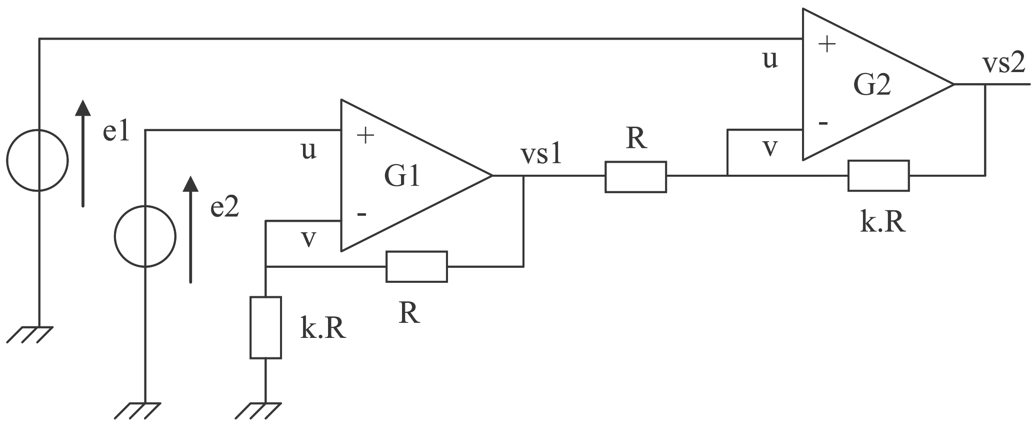
Si l'on veut que le système ait une bande passante de 100k, chaque montage doit donc avoir une bande passante de 100k. Compte tenu de la caractéristique des AOPs cela revient à dire que chaque montage doit avoir un gain de 20db. Or si l'on veut atteindre un gain de 60db cela revient à mettre en cascade 4 amplificateurs non inverseur, donc 4 AOPs sont nécessaires à cette réalisation.

fc=10Hz	100	1k	10k	100k
Ao=100db	80	60	40	20

1.7. Donner le facteur de mérite F1 de cet AOP. (0.5pts)

Le facteur de mérite = la fréquence lorsque le gain G est unitaire (0db) soit F1=1[MHz].

Partie 2. : Amplificateur différentiel à base d'ampli-op idéaux (5 points)



Retrouver l'expression de vs2 en fonction de e1 e2 et des paramètres du circuit. (2pts)

Pour simplifier le raisonnement, on peut considérer le montage comme étant la concaténation de deux amplis :
le premier (1) est un montage non inverseur qui va amplifier la tension e_2.
<u>Ampli A1 :</u>

$\text{Hypothèse}: |u - v| < Vsat/G_0$ (ie. régime linaire) $\Rightarrow (u - v) = s/G_0 = s/\infty = 0 \Rightarrow u = v = e$ (1)

$$Millman: v = \frac{\frac{0}{kR} + \frac{s}{R}}{1/kR + 1/R} \Rightarrow v = \frac{s/R}{1/kR + 1/R} = \frac{s.k}{1+k} (2)$$

$$(1) et (2) \Rightarrow vs1/e2 = \frac{1+k}{k} = 1 + \frac{1}{k} (3)$$

le deuxième (2) est un montage soustracteur qui va amplifier la différence entre la tension e_1 et la tension de sortie V_{s1} de l'ampli 1.

Ampli A2:

$\text{Hypothèse}: |u - v| < Vsat/G_0$ (ie. régime linaire) $\Rightarrow (u - v) = s/G_0 = s/\infty = 0 \Rightarrow u = v$ (4)

$u = e1$ (5)

$$Millman: v = \frac{\frac{vs1}{R} + \frac{vs2}{k.R}}{1/R + 1/k.R} \Rightarrow v = \frac{k.vs1 + vs2}{k+1} (6)$$

$$(4), (5) et (6) \Rightarrow e1 = \frac{k.vs1 + vs2}{k+1} (7)$$

$$V_s = e_1 \left(1 + \frac{kR}{R}\right) - V_{s1} \frac{kR}{R} \qquad [39]$$

On a finalement:

$$(7) et (3) \Rightarrow e1 = \frac{e2.k.(1 + 1/k) + vs2}{k+1}$$

$$\Rightarrow e1.(k+1) - e2(k+1) = vs2$$

$$\Rightarrow vs2 = Ad.(e1 - e2) \text{ avec } Ad = k + 1$$

2.1. Quels sont les caractéristiques de ce montage (impédance d'entrée et opération effectuée) ? (1pt)

Impédance d'entrée infinie
Et amplification différentielle

On souhaite amplifier une tension différentielle (e1-e2) issue de l'activité électrique d'un rat (e1=1,0005[mV] et e2=0,9995[mV]). Dans ce but, on propose d'utiliser un amplificateur différentiel ayant un gain différentiel Ad=40[db]. Mais en raison d'un imprécision sur les résistance de 1% sa rejection en mode commun sera limitée à R'mc=80[dB].

2.2. Calculer la valeur de la tension différentielle Ud et de la tension en mode commun Umc. (0,5pts)

Tension différentielle Ud =e1-e2=(1,0005-0,9995).10^{-3}=1.10^{-6}[V]

Tension en mode commun Umc =(e1+e2)/2=((1,0005+0,9995)/2).10^{-3}=1.10^{-3}[V]

2.3. Calculer la valeur de la tension de sortie sTheo (Rmc infini) et sExpe (R'mc=80db) et en déduire l'erreur de mesure commise. On rappel que : $|\text{Erreur}| = \left|\frac{\text{sTheo - sExpe}}{\text{sTheo}}\right|\%$ (2pt)

$$stheo = Ad[e1 - e2]$$

$$\boxed{AN : sTheo = 100[1.10^{-6}] = 100.10^{-6}[V]}$$

$$sExpe = Ad\left[e1 - e2 + \frac{1}{R'mc}.\frac{e1+e2}{2}\right]$$

Or $20.\log(R'mc) = 80[db]$

$\Rightarrow \log(R'mc) = 4$

$\Rightarrow R'mc = 10^{\log(R'mc)} = 10^4$

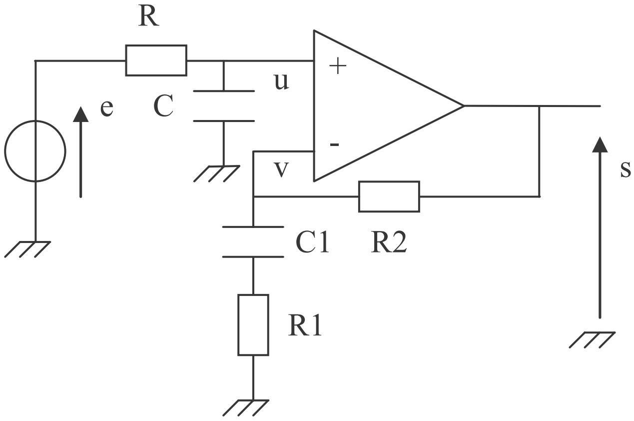
$$\boxed{AN : sExpe = 100\left[1.10^{-6} + \frac{1}{10^4}.1.10^{-3}\right] = 100[1.10^{-6} + 0{,}1.10^{-6}] = 110.10^{-6}[V]}$$

L'erreur relative (ou incertitude) de mesure est égale à 10%

$$|\text{Erreur}| = \left|\frac{100 - 110}{100}\right| = 10\%$$

Partie 3. : Le filtrage actif (5 pts)

3.1. On dispose d'un signal issu de l'enregistrement d'une voie par un microphone. Le spectre audible s'étend de 20 Hz pour les fréquences les plus graves, à 20 kHz pour les fréquences les plus aiguës. Ce signal doit être transmis sur une ligne téléphonique qui a une bande passante plus restreinte. On veut donc effectuer un filtrage pour ne garder que les fréquences correspondant au spectre de la voie et compatible avec la norme téléphonique. Pour cela, on utilise le filtre représenté ci-dessous.



3.2. Montrer que la fonction de transfert du montage ci-dessus peut se mettre sous la forme: (2pts)

$$\frac{s}{e} = (1 + (R1C1 + R2C1).p).\frac{1}{(1 + .R1C1.p)}.\frac{1}{(1 + RCp)}$$

$$\text{Hypothèse}: |u - v| < Vsat/G_0 \ (ie.régime\,linaire) \Rightarrow (u - v) = s/G_0 = s/\infty = 0 \Rightarrow u = v \ (1)$$

$$Millman: u = \frac{\frac{e}{R}+\frac{0}{Zc}}{1/R+1/Zc} \Rightarrow u = \frac{e}{1+R/Zc} (2)$$

$$Millman: v = \frac{\frac{0}{Zc1+R1}+\frac{s}{R2}}{\frac{1}{Zc1+R1}+1/R2} \Rightarrow v = \frac{s}{\frac{R2}{Zc1+R1}+1} (3)$$

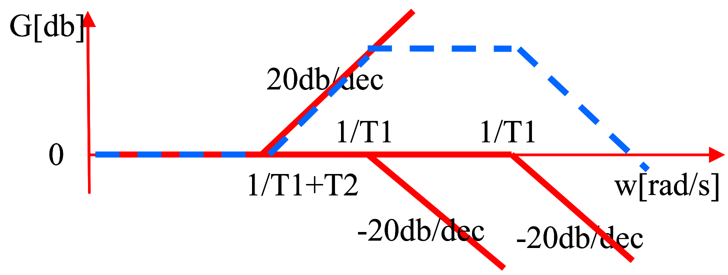
$$(1)(2)et(3) \Rightarrow \frac{e}{1+R/Zc} = \frac{s}{\frac{R2}{Zc1+R1}+1} \Rightarrow \frac{e}{1+R/Zc} = \frac{s}{\frac{R2}{Zc1+R1}+1} \Rightarrow \frac{s}{e} = \frac{\frac{R2}{Zc1+R1}+1}{1+R/Zc}$$

$$\Rightarrow \frac{s}{e} = \frac{\frac{R2}{1/C1.p+R1}+1}{1+RCp} \Rightarrow \frac{s}{e} = \frac{\frac{R2.C1.p}{1+C1.p.R1}+\frac{1+C1.p.R1}{1+C1.p.R1}}{1+RCp} \Rightarrow \frac{s}{e} = \frac{R2.C1.p+1+C1.p.R1}{(1+C1.p.R1)(1+RCp)}$$

$$\Rightarrow \frac{s}{e} = (1+(R1C1+R2C1).p).\frac{1}{(1+.R1C1.p)}.\frac{1}{(1+RCp)}$$

3.3. Cette fonction de transfert peut être vue comme la mise en cascade de trois filtres. Identifier l'intégrateur et les deux passes bas puis tracer à main levée le diagramme de Bode asymptotique de chaque filtre et déduire très simplement celui de la fonction de transfert du montage. On donne: 1/(R1C1+R2C1) < 1/(R1C1) < 1/(RC). (1,5pts)

On identifie respectivement s/e=Int*PB1*PB



Soient les fonctions de transfert suivantes :

$$H1(p) = \frac{2}{p^2+p+1} \quad H2(p) = \frac{p}{p^2+p+1} \quad H3(p) = \frac{4p^2}{p^2+\sqrt{2}.p+1}$$

3.4. Déterminer le type de filtre dont il s'agît pour chacune des fonctions en précisant les paramètres importants (pulsations propre w_0, gain H_0, facteur d'amortissement z). (1,5pts)

On rappelle quelques formes canoniques du deuxième ordre:

$$h(p) = H_0 \frac{1}{1+2\xi\frac{p}{\omega_0}+\left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2} \equiv PBas \quad h(p) = H_0 \frac{2\xi\frac{p}{\omega_0}}{1+2\xi\frac{p}{\omega_0}+\left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2} \equiv PBande \quad h(p) = H_0 \frac{\left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2}{1+2\xi\frac{p}{\omega_0}+\left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2} \equiv PHaut$$

H1(p): H0=1; w0=1; z=1/2 : Passe Bas

H2(p): H0=1; w0=1; z=0,5 : Passe Bande

H3(p): H0=4; w0=1; z=1/√2 : Passe Haut