Nom : **Prénom :**

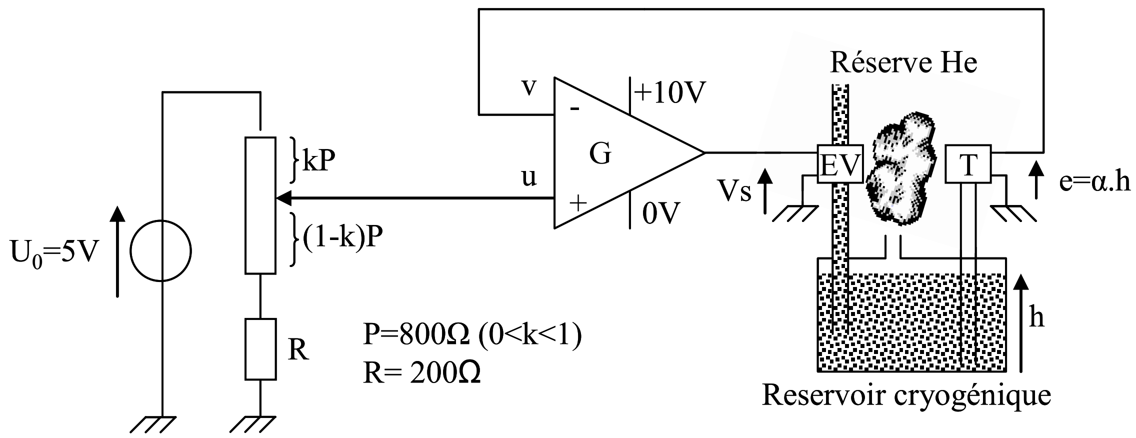
-Devoir surveillé "**à trous**" (durée impartie = 2h00)

-La calculatrice est autorisée.

-L'énoncé est à lire entièrement mais la plupart des questions sont indépendantes.

Partie 1. : Comparateurs de signaux (9 points) *application*

Le schéma de principe ci-dessous décrit un système simple de remplissage automatique d'un réservoir cryogénique. Un tel réservoir (contenant de l'hélium liquide dans l'état T = 4,2 K et P = 10^5 Pa) ne peut pas rester plein, même si l'utilisateur ne soutire pas de liquide. En effet, l'apport de chaleur par le milieu extérieur est inévitable et, par évaporation, le niveau de liquide baisse. Pour des expériences de physique de longue durée, l'utilisateur ne souhaite pas avoir à surveiller le niveau du liquide cryogénique et charge le système suivant de cette tâche :



La figure ci-dessus présente le circuit proposé pour cette 1ère méthode: (EV) est une électrovanne (ouverte quand la tension à ses bornes dépasse 5V). L'amplificateur opérationnel est idéal et sa sortie est reliée à l'électrovanne. La tension de sortie de l'amplificateur opérationnel peut varier entre +Vsat=10V et -Vsat=0V. (T) est un transducteur qui fournit une tension e proportionnelle à la hauteur h de liquide restant, e=α.h (α=5V/m).

1.1. Exprimer $\varepsilon=(u-v)=f(k,P,R,U_0,h,\alpha)$ puis simplifier l'écriture par application numérique. (1pts)

L'amplificateur opérationnel est ici utilisé dans un montage comparateur simple.

$$\varepsilon = u - v$$

$$u = \frac{(1-k)P + R}{P+R} U_0$$

$$v = e = \alpha.h$$

$$\Rightarrow \varepsilon = \frac{(1-k)P+R}{P+R}U_0 - \alpha.h$$

Soit numériquement :

$$\Rightarrow \varepsilon = \frac{(1-k)800+200}{800+200}5 - 5.h = 4(1-h) - 4.k \quad \boxed{\Rightarrow \varepsilon = 4(1-h) - 4.k}$$

On considère pour la suite que $\varepsilon = 4(1-h) - 4.k$

1.2. Expliquer le fonctionnement de cette 1ère version à partir de l'expression d'ε. (1pt)

$Vs = +Vsat = 10[V]$ si $\varepsilon > 0$, c'est-à-dire si $h < 1 - \frac{4}{5}.k$: l'électrovanne est alors ouverte et le niveau de liquide va donc augmenter jusqu'à la valeur h pour laquelle l'amplificateur opérationnel va passer en régime de saturation basse, la tension de sortie devenant.

$Vs = -Vsat = 0[V]$ si $\varepsilon < 0$, c'est-à-dire si $h > 1 - \frac{4}{5}.k$: l'électrovanne est fermée. Une partie du liquide va s'évaporer et, lorsque la hauteur de liquide sera de nouveau plus faible que h, l'électrovanne sera de nouveau ouverte, l'amplificateur passant en régime de saturation haute, et ainsi de suite…

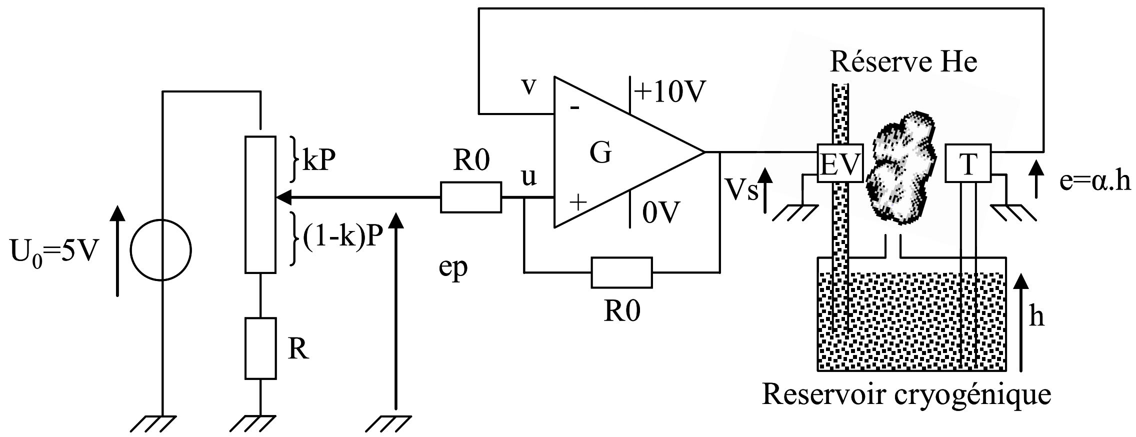
1.3. Donner les hauteurs de régulation minimale et maximale (qui sont réglables par le potentiomètre P). (1pt)

La hauteur limite de remplissage h_m (hauteur de régulation) est réglable par l'intermédiaire du potentiomètre (P). Elle varie entre les deux valeurs extrêmes suivantes, obtenues pour k = 0 $h\max = 1 - \frac{4}{5}.0 = 1[m]$ et pour k = 1 $h\min = 1 - \frac{4}{5}.1 = 20[cm]$.

1.4. Quel est le principal défaut de cette première solution technologique ? (1pt)

Cette 1ère version va fonctionner à cadence beaucoup trop rapide et fluctuante, dépendant notamment des conditions d'évaporation du liquide et de l'apport de chaleur du milieu extérieur. Les fluctuations interviendront autour de href servant de référence de basculement.

L'utilisateur n'est pas satisfait de cette 1ère version. Il souhaite, pour la qualité de ses mesures, une durée la plus grande possible entre deux remplissages sachant qu'il peut se permettre de laisser le niveau de liquide cryogénique varier entre des valeurs h_{max} et h_{min}.



La figure ci-dessus présente le circuit proposé pour cette 2ième méthode : (T) et les résistances R et P restent les mêmes que précédemment, ainsi que e(h). On donne R_0 = 100 kΩ.

1.5. Exprimer ep=f(k,P,R,R_0,Vs,U_0) puis simplifier l'écriture en remarquant que R0>>(P+R) ou encore $\frac{Vs}{2.R_0} << \frac{U_0}{k.P}$ *et* $\frac{1}{k.P} + \frac{1}{(1-k)P+R} >> \frac{1}{2.R_0}$ (1pt)

$$ep = \frac{\dfrac{U_0}{k.P} + \dfrac{0}{(1-k)P+R} + \dfrac{Vs}{2.R_0}}{\dfrac{1}{k.P} + \dfrac{1}{(1-k)P+R} + \dfrac{1}{2.R_0}}$$

$$\boxed{ep = \frac{\dfrac{U_0}{k.P} + \dfrac{Vs}{2.R_0}}{\dfrac{1}{k.P} + \dfrac{1}{(1-k)P+R} + \dfrac{1}{2.R_0}}}$$

$$ep \approx \frac{\dfrac{U_0}{k.P}}{\dfrac{1}{k.P} + \dfrac{1}{(1-k)P+R}}\ car\ \frac{Vs}{2.R_0} << \frac{U_0}{k.P}\ et\ \frac{1}{k.P} + \frac{1}{(1-k)P+R} >> \frac{1}{2.R_0}$$

(ce qui revient à dire que l'intensité du courant dans les deux résistances R_0 est négligeable vis-à-vis de celle du courant qui traverse le potentiomètre et la résistance R)

$$\boxed{ep \approx \frac{(1-k)P+R}{P+R}U_0}$$

On considère à présent que $ep = \dfrac{(1-k)P+R}{P+R}U_0$

1.6. Exprimer ε=(u-v)=f(k,P,R,U_0,h,α) puis simplifier l'écriture par application numérique. (1pt)

L'amplificateur opérationnel est ici utilisé dans un montage comparateur simple.

$$\varepsilon = u - v$$

$$u = \frac{\dfrac{ep}{R_0} + \dfrac{Vs}{R_0}}{\dfrac{1}{R_0} + \dfrac{1}{R_0}} = \frac{ep+Vs}{2}$$

$$v = e = \alpha.h$$

$$\boxed{\Rightarrow \varepsilon = \frac{1}{2}\left(\frac{(1-k)P+R}{P+R}U_0 + Vs\right) - \alpha.h}$$

Soit numériquement :

$$\Rightarrow \varepsilon = \frac{1}{2}\left(\frac{(1-k)800+200}{800+200}5 + Vs\right) - 5.h \quad \boxed{\Rightarrow \varepsilon = 2{,}5 - 2.k + Vs/2 - 5.h}$$

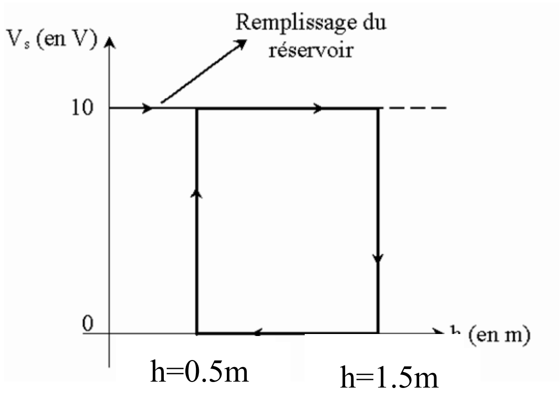
On considère à présent que $\varepsilon = 2{,}5 - 2.k + Vs/2 - 5.h$

1.7. Déduire les expressions puis les valeurs numériques des hauteurs caractéristiques du liquide qui entraînent la fermeture et l'ouverture de la vanne lorsque k=0. Représenter graphiquement Vs=f(h). On donne +Vsat=[10V] et -Vsat=[0V]. (1,5pts)

Si k=0 alors $\varepsilon = 2{,}5 + Vs/2 - 5.h$

$$Vs = +Vsat = 10[V] si \varepsilon > 0 \Rightarrow (2{,}5 + Vsat/2 - 5.h) > 0 \Rightarrow (0{,}5 + Vsat/10) > h \Rightarrow 1{,}5 > h$$

$$Vs = -Vsat = 0[V] si \varepsilon < 0 \Rightarrow (2{,}5 - Vsat/2 - 5.h) < 0 \Rightarrow (0{,}5 - Vsat/10) < h \Rightarrow 0{,}5 < h$$

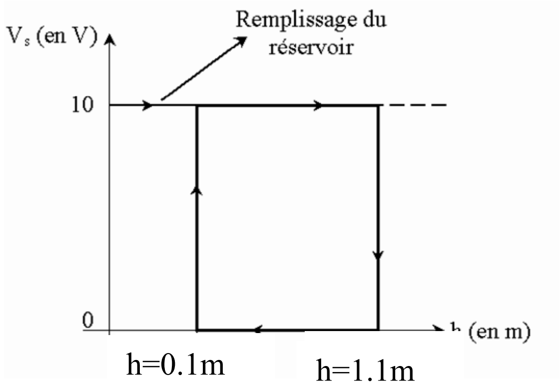


1.8. Même question que §1.7. lorsque k=1. (1,5pts)

Si k=1 alors $\varepsilon = 0{,}5 + Vs/2 - 5.h$

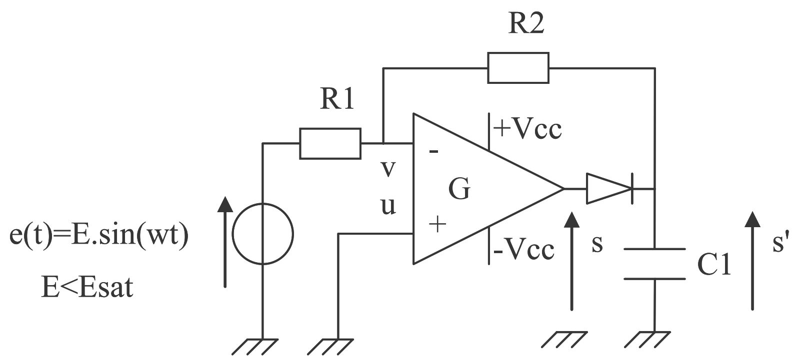
$Vs = +Vsat = 10[V]\,si\,\varepsilon > 0 \Rightarrow (0{,}5 + Vsat/2 - 5.h) > 0 \Rightarrow (0{,}1 + Vsat/10) > h \Rightarrow 1{,}1 > h$

$Vs = -Vsat = 0[V]\,si\,\varepsilon < 0 \Rightarrow (0{,}5 - Vsat/2 - 5.h) < 0 \Rightarrow (0{,}1 - Vsat/10) < h \Rightarrow 0{,}1 < h$



Partie 2. : Convertisseurs de signaux (3 points) *analyse d'un nouveau circuit*

Un détecteur de pic est parfois nécessaire pour identifier le maximum ou le minimum d'un signal rapidement variable. On obtiendra un tel dispositif en intégrant une diode dans la boucle selon le schéma suivant…



2.1. A quelle condition la diode est elle conductrice si on la considère parfaite ? (0,5pt)

La diode est conductrice dès lors que s(t)>s'(t). (eg. si s'(0)=0 alors la diode se met à conduire qu'en début de deuxième demie période jusqu'à atteindre la valeur s(t) max.)

2.2. Dans la condition ou la diode se retrouve conductrice, exprimer s'(t)=f(R2,R1,e(t)). (0,5pt)

Lorsque la diode est conductrice, s(t)=-(R2/R1).e(t)

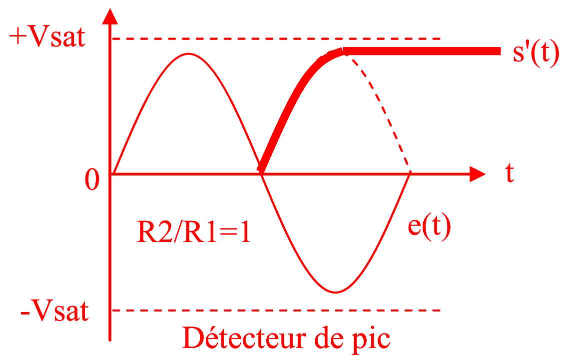
2.3. Dans cette condition, que fait le condensateur ? (0,5pt)

Lorsque la diode est conductrice, le condensateur se charge positivement à hauteur de s'(t) max=s(t) max =f(e(t) min)

2.4. Quelle condition les résistance devraient elles remplir si par exemple on voulait obtenir la valeur efficace du signal sinusoïdal en s'(t) ? (0,5pt)

Il suffirait que R2/R1=0.707 pour obtenir directement le résultat recherché.

2.5. Déduire des questions précédentes les tracés de la sortie s'(t) et de l'entrée e(t). On donne R2/R1=1 et on considère qu'à t<0 la capacité est déchargée et l'entrée e(t)=0. (1pt)



Partie 3. : Générateurs de signaux astables (8 points)

On considère le circuit 555 configuré comme illustré sur la figure page suivante où V_0 est une tension continue (avec $0 < V_0 < Vcc$):

3.1. Pour t >0, établir l'équation différentielle régissant l'évolution de $v_2(t)$ et en déduire l'expression de $v_2(t)$ en précisant l'état de chaque ampli-op, de la bascule et du transistor. (1,5pts)

$\boxed{0 < t < t1 \ v6(t) = Vcc(1 - e^{-t/\tau}) \ avec \ \tau = (R1 + R2).C}$

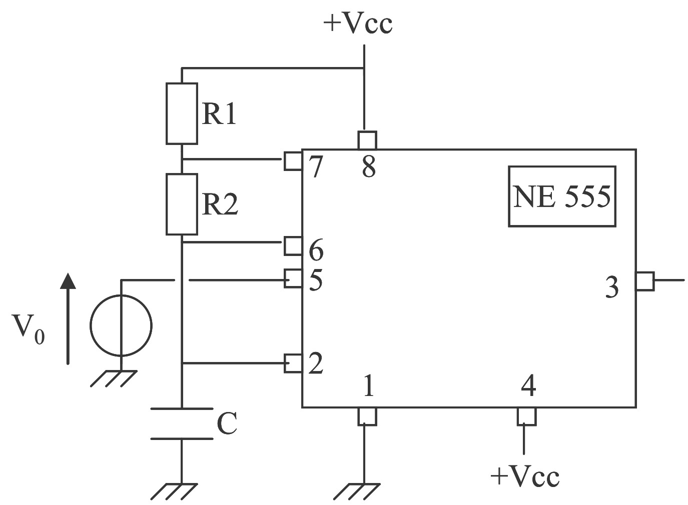
1) $t>0$: transistor bloqué $\rightarrow$ C se charge à travers R_1 et R_2 :

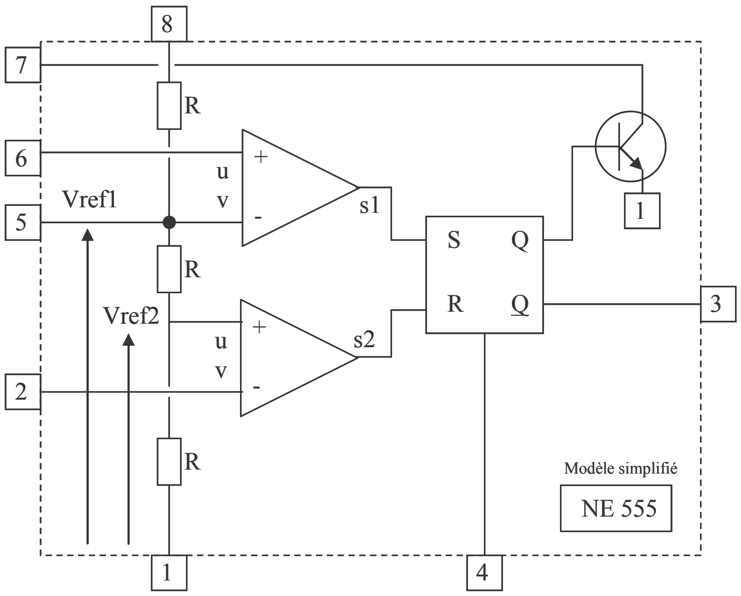
$i_C = C \cdot \frac{dv_2}{dt} = \frac{V_c - V_2}{R_1+R_2}$

$$\frac{dv_2}{dt} + \frac{1}{(R_1+R_2)C} v_2 = \frac{Vcc}{(R_1+R_2)C}$$

$\Rightarrow \frac{dv_2}{dt} + \frac{v_2}{C(R_1+R_2)} = \frac{V_c}{C(R_1+R_2)}$

$$\Rightarrow \boxed{v_2(t) = V_{cc}\left(1 - e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}\right)}$$





S	R	Q	$\bar{Q}$
Haut	Bas	Haut	Bas
Bas	Haut	Bas	Haut
Bas	Bas	Q0	$\bar{Q}0$

3.2. Déterminer l'instant t_1 du premier basculement de S (sortie du comparateur A_1). (1,5pts)

$\boxed{t1 =}$

5) remarque quand $v_2(t) = \frac{V_0}{2}$ ($v_2(t)$ devient légèrement supérieur à $\frac{1}{2}V_0$), R bascule en niveau bas
et c'est l'état mémoire de bas bascule (R="L", S="L")
→ le transistor reste bloqué et la capa continue
à se charger

à $t = t_1$, $v_2(t) = V_0$, S bascule en niveau haut (légèrement supérieur) 1,5

$$\Rightarrow V_0 = V_{cc}\left(1 - e^{-\frac{t_1}{(R_1+R_2)C}}\right)$$

$$\Rightarrow V_{cc} - V_0 = V_{cc}\, e^{-\frac{t_1}{(R_1+R_2)C}}$$

$$\Rightarrow \boxed{t_1 = -(R_1+R_2)C \ln\left(\frac{V_{cc}-V_0}{V_{cc}}\right)}$$

3.3. Pour $t > t_1$, établir l'équation différentielle régissant l'évolution de $v_2(t)$ et en déduire l'expression de $v_2(t)$. (1,5pts)

$t1 < t < t2$ $v6(t) = V_0.e^{-t+t1/\tau}$ $avec\ \tau = R2.C$

5) à $t = t_1$, S bascule en niveau "haut" et Q en niveau "haut" donc ($\bar{Q}$ en niveau bas), et le transistor sature mettant R_2 à la masse. Le condensateur se met à décharger et $v_2(t)$ devient $< V_0$ et S revient presque instantanément en niveau bas (état mémoire) de la bascule.

$$\frac{dv_2}{dt} = -\frac{1}{R_2C} v_2 \Rightarrow v_2(t) = A e^{-\frac{t}{R_2C}}$$

$$v_2(t_1) = V_0 \Rightarrow \cancel{A = V_0 e} \quad A = V_0 e^{\frac{t_1}{R_2C}}$$

$$\Rightarrow \boxed{v_2(t) = V_0\, e^{-\frac{(t-t_1)}{R_2C}}}$$

3.4. Pour $t > t_2$, établir l'équation différentielle régissant l'évolution de $v_2(t)$ et en déduire l'expression de $v_2(t)$. (1,5pts)

$t2 < t < t3$ $v6(t) = Vcc - (Vcc - V_0/2).e^{-t+t2/\tau}$ $avec\ \tau = (R1 + R2)C$

8) $t \geq t_2$

$$\frac{dv_2}{dt} + \frac{1}{(R_1+R_2)C} v_2(t) = \frac{V_{cc}}{(R_1+R_2)C} \quad \text{avec} \quad v_2(t_2) = \frac{1}{2}V_0$$

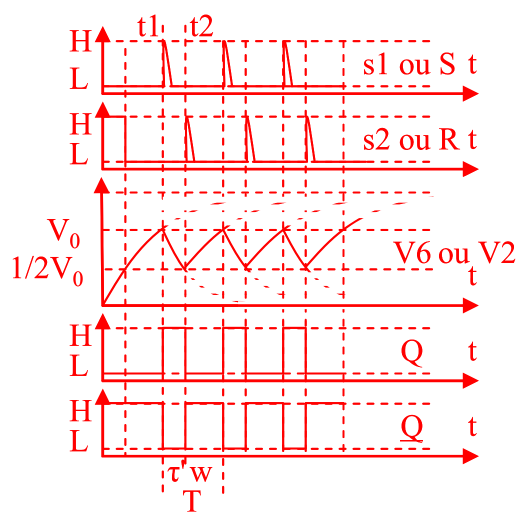
$$\Rightarrow v_2(t) = A\, e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}} + V_{cc}$$

$$t = t_2 \Rightarrow \frac{1}{2}V_0 = A\, e^{-\frac{t_2}{(R_1+R_2)C}} + V_{cc}$$

$$\Rightarrow A = \left(\frac{1}{2}V_0 - V_{cc}\right) e^{\frac{t_2}{(R_1+R_2)C}}$$

et $$\boxed{v_2(t) = \left(\frac{1}{2}V_0 - V_{cc}\right) e^{-\frac{(t-t_2)}{(R_1+R_2)C}} + V_{cc}}$$

3.5. Représenter l'évolution de $v_2(t)$ et Q (V_{out}). (1pt)



3.6. Justifier l'appellation "oscillateur commandé en tension" du montage (1pt)

La période est effectivement fonction d'une tension.
La tension aux bornes de C oscille entre V0 (valeur maximale) et V0/2 (valeur minimale) au lieu de 2Vcc/3 et Vcc/3 (Éq. 55). Ainsi, en augmentant V0, la durée de la charge et de la décharge du condensateur est allongée, ce qui provoque une diminution logarithmique de f.