Chapitre 3

Précision de la chaîne de mesure, Calibrage et Etalonnage

CHAPITRE 3 - PRECISION DE LA CHAINE DE MESURE 1

3.1- Incertitudes 1

3.2- Calibrage et étalonnage 5

3.2.1 - Manière d’imposer un mesurande connu 5

3.2.2 - Calibrage 6

3.2.3 - Étalonnage 7

3.2.4 - Auto-calibrage 8

Correction analogique 8

Correction numérique 9

3.3- Compensation des erreurs systématiques 9

3.3.1 - Compensation linéaire 9

3.3.2 - Moteur de correction mathématiques 11

Chapitre 3 - Précision de la chaîne de mesure

Du fait que dans l'immense majorité des cas, le modèle mathématique est linéaire, nous n'examinerons que cette situation dans ce chapitre.

3.1- Incertitudes

Le modèle linéaire est une droite, ne passant pas nécessairement par l'origine, approchant au mieux la caractéristique de la chaîne de mesure:

$$\boxed{Y = G \cdot X + Of}$$

Cette équation fait intervenir les deux paramètres G et Of, caractéristiques de la chaîne

Définition

Gain (G)	Pente de la caractéristique entrée sortie
Décalage (Of)	Ordonnée à l'origine du modèle linéaire *(de l'anglais "offset")*

Il est fondamental de ne jamais oublier qu'il ne s'agit là que d'une approximation de la courbe de réponse (forme de la réponse pas tout à fait droite, tolérances de fabrication), et de plus que cette approximation est variable dans le temps, en raison des grandeurs d'influence (vieillissement, température, ...) ou des conditions d'utilisation (effet de charge). Le fabricant nous indique les valeurs nominales du gain et du décalage G_n et Of_n.

On résoud le problème de mesure sur la base de ces valeurs nominales, et l'on obtient alors une estimation X_m de la grandeur d'entrée X :

$$\boxed{X_m = \frac{Y - Of_n}{G_n}}$$

Définition

Erreur absolue (e) :	Écart entre la valeur mesurée et la vraie valeur	$e = X_m - X$
	L'erreur a donc un signe, positif ou négatif !!	
Erreur relative (ε) :	Quotient entre erreur absolue et vraie valeur	$\varepsilon = \frac{e}{X} \approx \frac{e}{X_m}$

Pour tenter d'analyser l'erreur, il faut tenir compte des écarts entre la courbe réelle et son approximation linéaire dans les conditions de mesure, ainsi que du fait que cette approximation diffère légèrement de la droite nominale. Nous écrivons donc l'expression de la sortie réelle Y

$$Y = G_r \cdot X + Of_r + L(X,t)$$

G_r et Of_r représentent le modèle linéaire actuel (indice $_r$ pour « réel-actuel »), tenant compte des grandeurs d'influence et effets de charge. L(X,t) représente l'écart entre la courbe et la droite du modèle actuel, ainsi que le bruit ajouté à la sortie, il s'agit donc d'un terme aléatoire, variable d'une mesure à l'autre. On ne connaît jamais ces trois termes, mais un étalonnage dans des conditions données des grandeurs d'influence permettent au fabricant de spécifier les écarts maximum. Exprimons l'erreur:

$$e = X_m - X = \frac{Y - Of_n}{G_n} - X = \frac{G_r \cdot X + Of_r + L - Of_n}{G_n} - X$$

$$e = X \cdot \left(\frac{G_r}{G_n} - 1\right) + \frac{Of_r - Of_n}{G_n} + \frac{L}{G_n}$$

$$\boxed{\mathbf{e = X \cdot \alpha + D + NL}}$$

On constate alors que l'erreur est la somme de trois termes. Les deux premier expriment des erreurs systématiques fonctions des grandeurs d'influence et de charge (dérive du modèle linéaire par rapport aux valeurs nominales), le troisième peut être assimilé à une erreur aléatoire.

Définition

Erreur de gain (α)	Erreur relative du gain de la chaîne: $\frac{G_r - G_n}{G_n}$. *Correspond à une rotation de la courbe autour de l'origine. Provoque une erreur systématique proportionnelle au mesurande (calculable seulement si l'on connaît toutes les grandeurs d'influence)*
Erreur de décalage (D)	Erreur absolue à l'origine: $\frac{Of_r - Of_n}{G_n}$. *Correspond à une translation verticale de la courbe de réponse. Provoque une erreur systématique constante, indépendante de X (calculable seulement si l'on connaît toutes les grandeurs d'influence)*

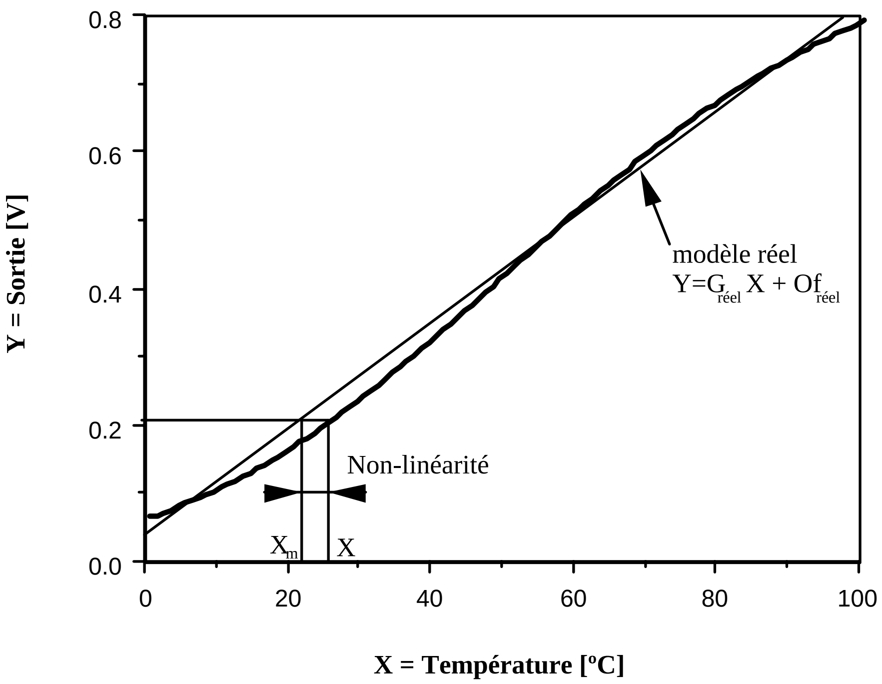
<u>Erreur de non-linéarité + (NL)</u>	Ecart entre la droite du modèle actuel et la courbe réelle de réponse. *Fontion du mesurande, si bien qu'on la considère comme une grandeur aléatoire.*

Le fabricant indique l'incertitude de la chaîne ou d'un appareil en combinant ces trois erreurs et le bruit interne

Définition

<u>Incertitude de mesure</u> :	Valeur limite que peut prendre l'erreur (en valeur absolue), avec un certain degré de confiance, en général 99 %. *En d'autres termes, si l'on a spécifié une incertitude I, la valeur absolue de l'erreur e sera dans 99 % des cas inférieure à I :* $|e| < I$ *(99 fois sur 100)* Comme pour l'erreur, on utilise l'incertitude absolue en unités de X ou relative (sans unité) pour qualifier la qualité de la mesure

<u>Capteur de température</u>



<u>Figure 3.1 - Non-linéarité</u>

La spécification de l'incertitude comprend deux termes, pour tenir compte du fait que l'une des composantes est proportionnelle à X. L'erreur de gain est toujours spécifiée sous forme d'une valeur relative α (en %, ‰ ou ppm, soit des facteurs de 10^{-2}, 10^{-3}, ou 10^{-6}), alors que l'effet global du décalage, des non-linéarités et du bruit interne est spécifié comme un terme indépendant de X, soit sous forme absolue B (unités de X, ou unités d'affichage Y:

divisions sur un écran analogique, digit sur un affichage numérique), soit sous forme relative β par rapport à une grandeur caractéristique de la chaîne: gamme de mesure, étendue de mesure, ou pleine échelle.

Spécification de l'incertitude	**I = (α lect + B digit)**
	ou **(α lect + β gamme)**

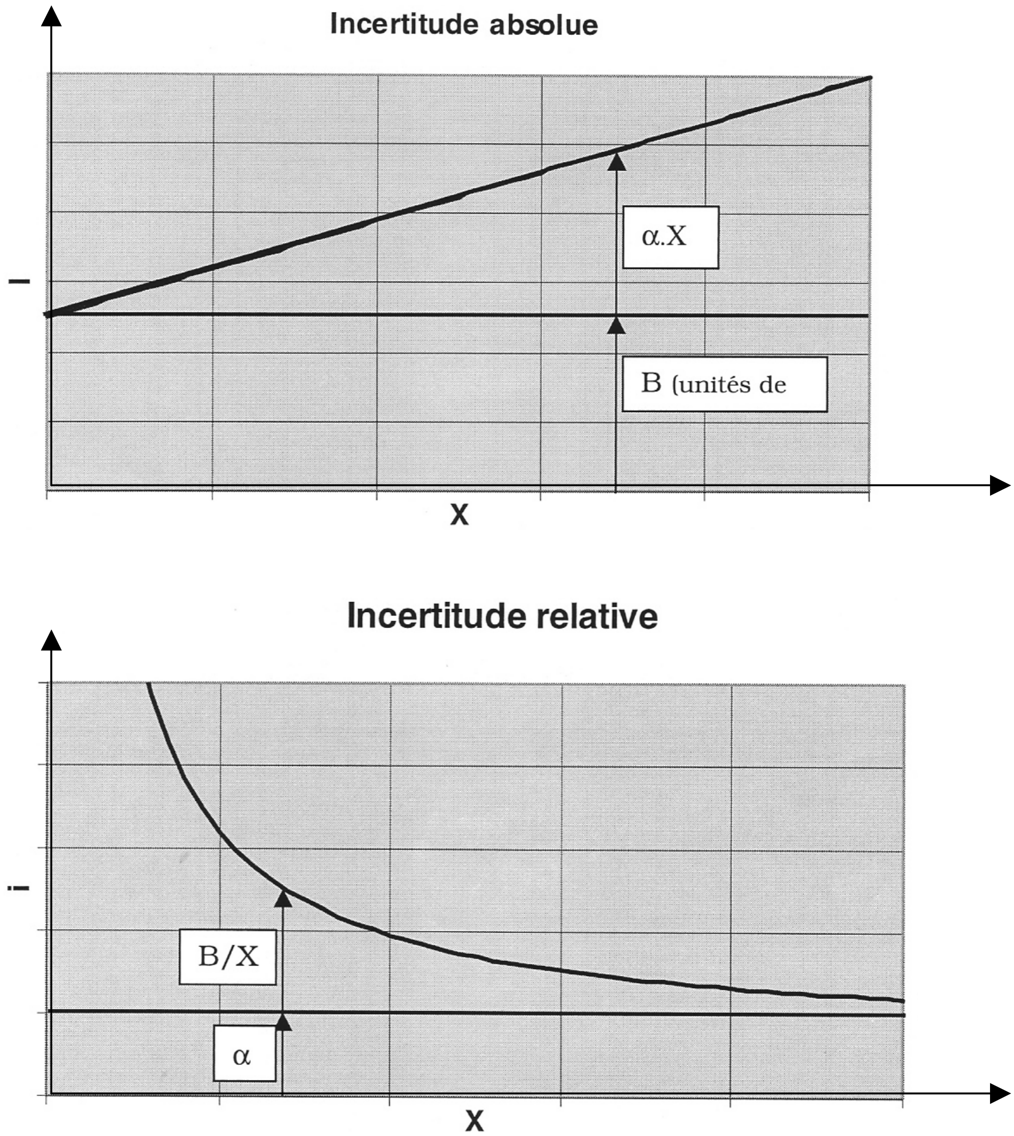


Figure 3.2 - Evolution des incertitudes absolues et relatives en fonction du mesurande

La figure 3.2 nous montre que, du fait que la spécification d'incertitude absolue comprend un terme constant, l'incertitude relative des mesures tend vers l'infini lorsque X tend vers zéro, par conséquent, pour de bonnes mesures il est indispensable de **choisir la plus petite gamme de mesure possible**.

3.2- Calibrage et étalonnage

Sur toute chaîne de mesure on dispose d'un amplificateur dont on peut ajuster le gain et le décalage. On est donc amené, au moment de la mise en service de la chaîne à ajuster cet amplificateur, de manière à obtenir la réponse la plus proche que possible de l'idéal, donc à annuler les erreurs de gain et de décalage.

Définition

Étalonnage :	Ensemble des opérations permettant de déterminer les erreurs de mesure.
Calibrage :	Ensemble des opérations d'ajustage des différents réglages de la chaîne, pour l'amener à un fonctionnement aussi juste que possible.

3.2.1 - Manière d'imposer un mesurande connu

Dans ces opérations, il faut imposer à l'entrée de la chaîne une valeur connue du mesurande, et observer la sortie de la chaîne. Quatre situations peuvent se présenter :

a) Dans de très rares cas, on dispose d'un moyen d'imposer une valeur exacte (par exemple une tension nulle au moyen d'un court-circuit).
b) Parfois on dispose d'un étalon (par exemple 0°C au moyen d'un mélange d'eau et de glace fondante), et la valeur imposée n'est connue qu'avec une certaine incertitude.
c) Dans la majorité des cas, il faut mesurer la grandeur d'entrée avec des instruments de précision, et régler la valeur désirée, ce qui conduit également à une incertitude sur cette valeur.
d) Enfin il peut être impossible d'imposer une grandeur d'entrée connue et stable (par exemple 1200 °C), on procède alors par simulation du capteur en générant la grandeur électrique qu'il est censé produire (résistance, charge électrique, tension, etc) sous l'effet de la grandeur physique désirée; l'incertitude provient alors d'une part de la qualité des générateurs, d'autre part de celle du capteur (on simule un capteur parfait, alors que le capteur réel ne l'est pas).

L'idéal recherché est de connaître le mesurande avec une incertitude inférieure à $\frac{1}{10}$ de l'incertitude de la chaîne à étalonner ou à calibrer.

3.2.2 - Calibrage

Pour ajuster le gain et le décalage, il suffit de faire passer la réponse par deux points connus. Si ces 2 points sont choisis arbitrairement, il est évident que les deux réglages seront dépendants l'un de l'autre, et qu'il faudra procéder par approximations successives: imposer X_0, ajuster le décalage de la chaîne pour $Y_0 = G_n \cdot X_0 + Of_n$; puis imposer X_{max} et ajuster le gain pour $Y_{max} = G_n \cdot X_{max} + Of_n$; revenir à X_0 et corriger le décalage ...etc.

Si l'on connaît la construction et les signaux à l'intérieur de la chaîne, alors on peut choisir X_0 de telle manière que le signal interne soit nul. Dans ce cas le gain n'influence pas l'ajustage du décalage, et l'opération peut se faire en deux étapes seulement, mais il convient toujours de vérifier le décalage en revenant à X_0 après réglage du gain.

L'ajustage des potentiomètres ne sera jamais exact : les bruits internes dans la chaîne et la résolution du potentiomètre conduisent à une erreur d'affichage résiduelle ΔY.

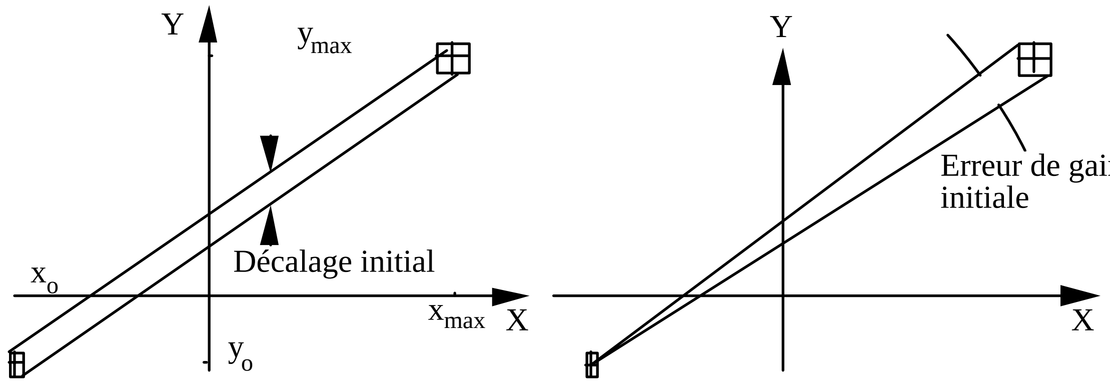


Figure 3.3 - Incertitudes de calibrage

En résumé, le calibrage consiste à

- **Imposer la valeur minimum** de mesure, et **ajuster le décalage** (zéro) de la chaîne
- **Imposer la valeur maximum** de mesure et **ajuster le gain** (span) de la chaîne
- **Déterminer les incertitudes** sur les valeurs ajustées et en déduire les incertitudes de calibrage: $D_c = \Delta X_o + \dfrac{\Delta Y_o}{G}$ $\alpha_c = \dfrac{D_c + \Delta X_{max} + \Delta Y_{max} / G}{X_{max} - X_o}$

Après une opération de calibrage, on peut considérer que les erreurs de gain et de décalage ont été annulées. Par conséquent, pour les mêmes valeurs des grandeurs d'influence (raisonnablement quelques minutes à quelques heures après le calibrage) seules interviennent les erreurs de non-linéarité et le bruit interne. C'est pourquoi, un calibrage préalable est très souvent utilisé dans les procédures de mesure.

3.2.3 - Étalonnage

Ici, il faut établir un tableau de mesure, couvrant toute l'étendue de mesure. Manuellement on se contente d'une dizaine de mesures répartie entre le minimum et le maximum. Dans un système d'acquisition, on recherche un beaucoup plus grand nombre de mesures, couvrant plusieurs cycles sur l'étendue de mesure, de manière à permettre la mise en évidence de phénomènes éventuels tels que l'hystérèse, la répétabilité ou le bruit de mesure.

Pour chaque couple mesuré (X(i), Y(i)), on peut déterminer l'erreur

$e(i) = X_m(i) - X(i) = \frac{Y(i) - Of_n}{G_n} - X(i)$, mais ceci ne nous permet pas de séparer les composantes de l'erreur.

Pour déterminer les composantes de l'erreur, il convient de choisir le modèle actuel de la chaîne, c'est-à-dire G_r et Of_r, après quoi on pourra séparer les composantes d'erreur (gain, décalage, non-linéarité et bruit). La manière de définir la droite de réponse influence quelque peu les résultats, si bien qu'il est indispensable d'utiliser une définition commune, si l'on veut comparer les résultats (par exemple avec les spécifications individuelles des composants de la chaîne). On utilise généralement deux méthodes de choix de cette droite

Définition

Droite par les extrêmes *(End points linearity)*	la droite passe par deux points de la courbe de réponse réelle (en général le zéro et la pleine échelle, ou encore les deux extrémités du domaine de mesure).
Meilleure droite *(Best fit linearity)*	C'est la droite de régression linéaire, elle minimise la somme des carrés des écarts entre la courbe de réponse réelle et la droite ainsi définie.

Le gain réel G_r est la pente de la droite choisie. Le décalage réel D_r est l'ordonnée à l'origine de la droite. Pour chaque couple mesuré (X(i),Y(i)) on détermine l'écart entre la valeur mesurée et la droite $\Delta = Y(i) - [G_r \cdot X(i) + Of_r]$. Cet écart est une combinaison de l'erreur de non-linéarité et du bruit. Pour une utilisation immédiate, cet écart représente l'erreur résiduelle du montage, et on en spécifie la valeur absolue maximum, dans l'unité du mesurande, ce qui revient à diviser $|\Delta|_{max}$ par le gain de la chaîne:

$$NL+Bruit = \frac{|\Delta|_{max}}{G_n}$$

Une séparation du bruit et de la non-linéarité n'est généralement pas nécessaire.

Les erreurs de gain et de décalage se calculent en comparant G_r et Of_r avec G_n et Of_n :

$$\alpha = \frac{G_r - G_n}{G_n} \qquad D = \frac{Of_r - Of_n}{G_n}$$

<u>3.2.4 - Auto-calibrage</u>

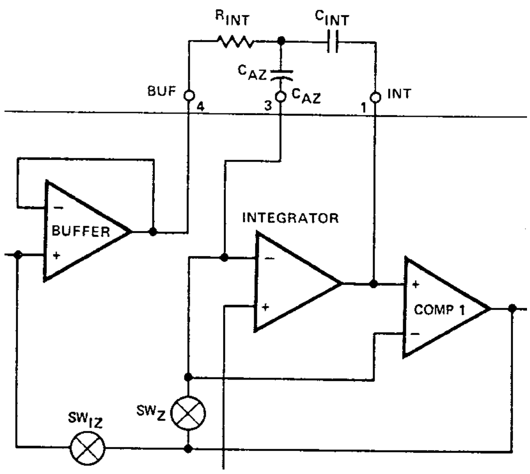
Les avantages apportés par un calibrage juste avant une série de mesure sont tels qu'il devient indispensable de le réaliser pour compenser les effets des grandeurs d'influence si l'on veut atteindre une haute précision. C'est pourquoi de nombreux équipements de précision incorporent une séquence automatique de calibrage (ou au moins d'ajustage du zéro = ***auto-zéro***) à intervalles régulier ou même avant chaque mesure. Ce calibrage peut se faire de manière analogique ou entièrement numérique.

Pour permettre un auto-calibrage, il suffit d'insérer un commutateur permettant de déconnecter l'entrée normale de mesure pour la remplacer par les étalons correspondant à X_0 et à X_{max}. La séquence de travail, lors du calibrage est semblable à la séquence manuelle, si ce n'est qu'il faut mémoriser les valeurs de correction.

<u>Correction analogique</u>

Pour le zéro on charge un condensateur à égalité avec l'offset de l'amplificateur (par réalisation d'une boucle de réglage interne). Ce condensateur est mis en série avec le signal, lors des mesures ce qui a pour effet d'annuler l'offset.

Pour l'ajustage du gain il faut inclure un ampli à gain commandé par une tension, et charger également un deuxième condensateur par une boucle de réglage. Pendant les mesures la boucle de réglage est ouverte, le condensateur ne peut se décharge et commande donc la bonne valeur de gain. Ce dernier circuit est beaucoup plus délicat à mettre en œuvre que la compensation d'offset, si bien que dans la majorité des cas on se contente de réaliser l'auto-zéro.



<u>Figure 3.4 Exemple d'auto-zéro sur un convertisseur double rampe</u>

Correction numérique

Dans ce cas il suffit de mémoriser les résultats numériques correspondant à X_0 et à X_{max}, dont on déduit le gain réel et l'offset réels qui seront utilisés pendant les mesures pour afficher la bonne valeur. Pour limiter l'influence du bruit et permettre un interpolation, on utilise la valeur moyenne sur une série de mesures de X_0 et X_{max}.

Ces méthodes ne permettent cependant de corriger les mesures que dans des limites raisonnables (tant que les circuits ne saturent pas), et ne remplacent pas un véritable ajustement à intervalles régulier (un ou deux ans). Ce dernier peut également se faire numériquement,, mais implique alors l'utilisation de convertisseurs DA auxiliaires pour générer les tensions d'ajustement d'offset et de gain.

3.3- Compensation des erreurs systématiques

Au lieu d'un auto-calibrage, il est parfois plus efficace de faire une compensation directe d'une erreur systématique, s'il est possible d'identifier son influence. Un cas typique se présente dans les capteurs de pression intégrés où la température est l'influence prépondérante ; souvent c'est également l'influence de la tension d'alimentation qu'il faut pouvoir compenser.

3.3.1 - Compensation linéaire

L'identification consiste à déterminer les ***coefficients d'influence*** agissant sur le gain et le décalage de la chaîne. Généralement on se contente de déterminer G_r et Of_r aux deux valeurs extrêmes d'utilisation. En faisant l'hypothèse que l'évolution du gain et du décalage sont linéairement dépendants de la grandeur d'influence, on définit les coefficients d'influence :

Coefficient d'influence sur le gain : variation relative du gain par unité de la grandeur d'influence. Représente l'erreur de gain additionnelle due à la grandeur d'influence Zi : $\frac{d\alpha}{dZi} = \frac{dGr/Gr}{dZi}$ *(proportionnelle à X : %/unité de Zi)*

Coefficient d'influence sur le décalage : variation d'offset par unité de la grandeur d'influence. Représente l'erreur de décalage additionnelle due à la grandeur d'influence Zi : $\frac{dD}{dZi} = \frac{dOfr/Gr}{dZi}$ *(unités de X/unités de Zi)*

Pour effectuer la correction, il suffit alors de mesurer Zi (chaîne auxiliaire), d'en déduire la variation par rapport à la valeur de Zi au moment du calibrage, et de multiplier les coefficients d'influence par cet écart pour connaître la variation de gain ou de décalage par rapport au calibrage.

A titre d'exemple prenons un capteur de pression intégré. La grandeur d'influence est la température T. On commence par étalonner le capteur aux deux températures extrêmes d'utilisation, ici environ 25 et 60°C

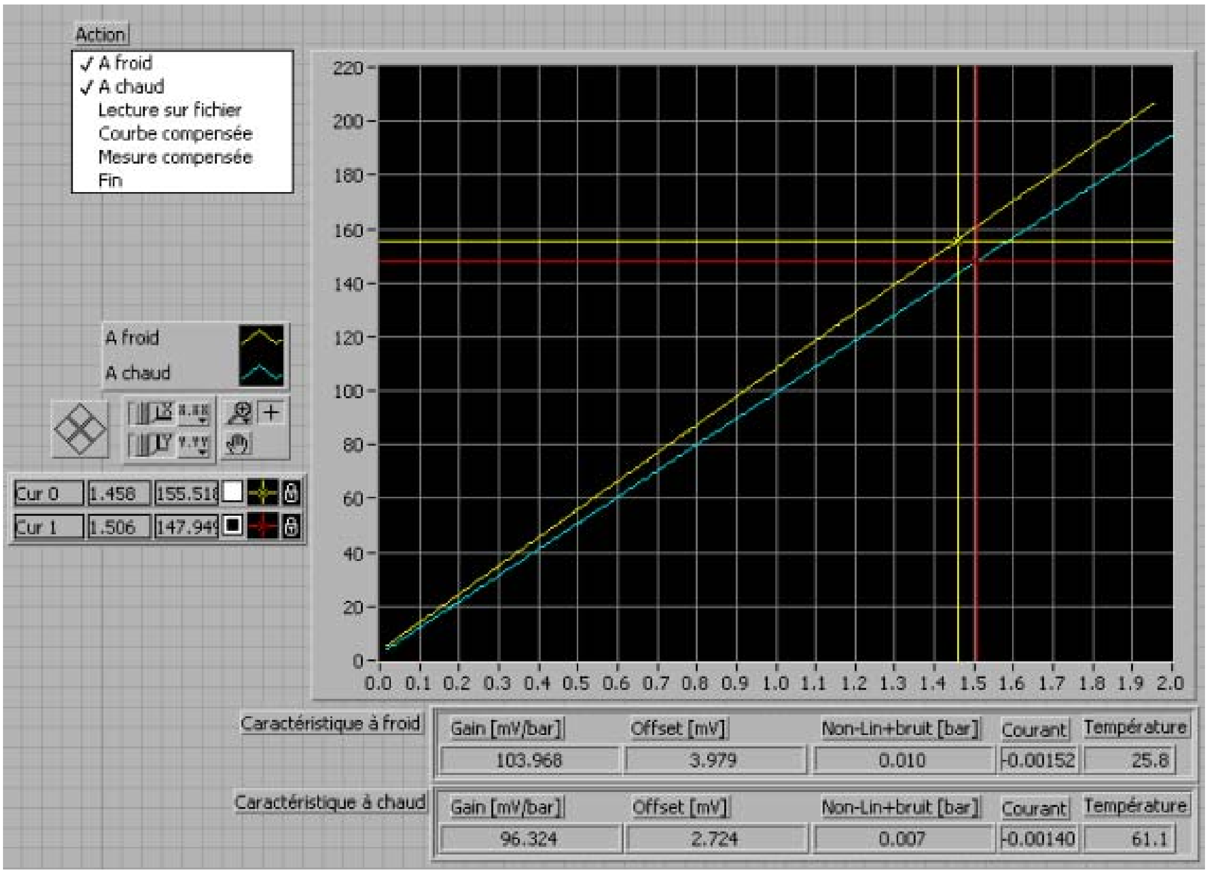


Figure 3.5 – Identification de la réponse du capteur aux températures extrêmes

On en déduit les coefficients d'influence, en prenant les valeurs exactes mesurées et un température de calibrage de 25.8°C :

$$\underline{Gain}\ \frac{d\alpha}{dT} = \frac{dGr/Gr}{dT} = \frac{(96.324-103.968)/103.968}{61.1-25.8} = \frac{-0.0735}{35.3} = -0.002083 = -0.21\ \%/°C$$

$$\underline{Décalage}\ \frac{dD}{dT} = \frac{dOfr/Gr}{dT} = \frac{(2.724-3.979)/103.968}{61.1-25.8} = \frac{-0.012\ bar}{35.3\ °C} = -0.34\ mbar/°C$$

Par conséquent, si l'on mesure alors que la température est de 38.0°C, nous avons un écart de température de (38.0 – 25.8) = 12.2°C et les erreurs additionnelles de gain et de décalage par rapport aux valeurs de calibrage (gain 103.968 mV/bar et offset 3.979 mV) seront de :

$d\alpha = -0.002083 \cdot 12.2 = -0.0254 = -2.54\%$lect

$dD = -0.34$ m $\cdot 12.2 = -4.148$ mbar

Pour corriger les indications il est généralement plus simple de calculer le gain et l'offset actuels avant de traduire la sortie (mV) en valeurs de pression :

$G(38°C) = G(25.8°C)\,(1 + d\alpha) = 103.968(1-0.0254) = 101.327$ mV/bar

$Of(38°C) = Of(25.8°C) + G(25.8°C)\cdot dD = 3.979 - 4.148/103.968 = 3.939$ mV

Ainsi un sortie de 89 mV correspond à une pression de $\frac{80-3.939}{101.327} = 0.751$ bar.

Sans correction, avec les valeurs de calibrage on obtient 0.731 bar : on sous-évalue la pression car la température introduit un décalage négatif de –4.2 mbar ainsi qu'une erreur de gain négative de –2.54% de 731 mbar soit –15.6 mbar, total -19.8 mbar.

3.3.2 - Moteur de correction mathématiques

La puissance de calcul des micro processeurs incorporés aux capteurs dit « intelligent » permettent d'envisager des corrections bien plus efficace, et sont maintenant incorporés dans les profils d'utilisation de ces capteurs (réseau de terrain).

A titre d'exemple, la norme IEEE-1451 – Smart Transducers, définit une fonction multi - variables, de type polynomial, et décomposable par segments :

$$\sum_{i=0}^{D(1)}\sum_{j=0}^{D(2)}\cdots\sum_{p=0}^{D(n)} C_{i,j,\cdots,p}[X_1 - H_1]^i[X_2 - H_2]^j\cdots[X_n - H_n]^p$$

Le calcul de correction ci-dessus représente une somme polynomiale de n variables, dont on peut choisir indépendamment les degrés de chaque variable. Dans le cas de la compensation linéaire de température, nous aurions X1 = sortie en mV du capteur de pression, X2 = sortie du capteur de température, les degrés D(1) et D(2) seraient tous deux égaux à 1 (linéaire), et la formule permet de calculer la valeur de pression. Par conséquent la formule de calcul devient :

$P_m = C_{00} + C_{10}\cdot(X(1)-H_1) + C_{01}\cdot(X(2)-H_2) + C_{11}\cdot(X(1)-H_1)\cdot(X(2)-H_2)$

$= C_{00} + C_{01}\cdot X(2) + X(1)\cdot(C_{10} + C_{11}\cdot X(2))$ si les termes H_1 et H_2 sont nuls

On voit bien qu'ainsi on a bien un décalage (C_{00} + C_{01}·X(2)) dépendant de X(2)=T et un gain (C_{10} + C_{11}·X(2)) également dépendant de T. Par contre cette méthode permet des corrections bien plus évoluée (polynômes et compensation de plusieurs grandeurs d'influence).

Pour de grands domaines ou pour de fortes non-linéarités, afin d'éviter des polynômes de degré trop élevé, la norme prévoit de segmenter la réponse selon les valeurs des différentes variables, et d'exploiter un ensemble de paramètres de faible degré dans chaque segment, comme illustré dans la figure ci-dessous.

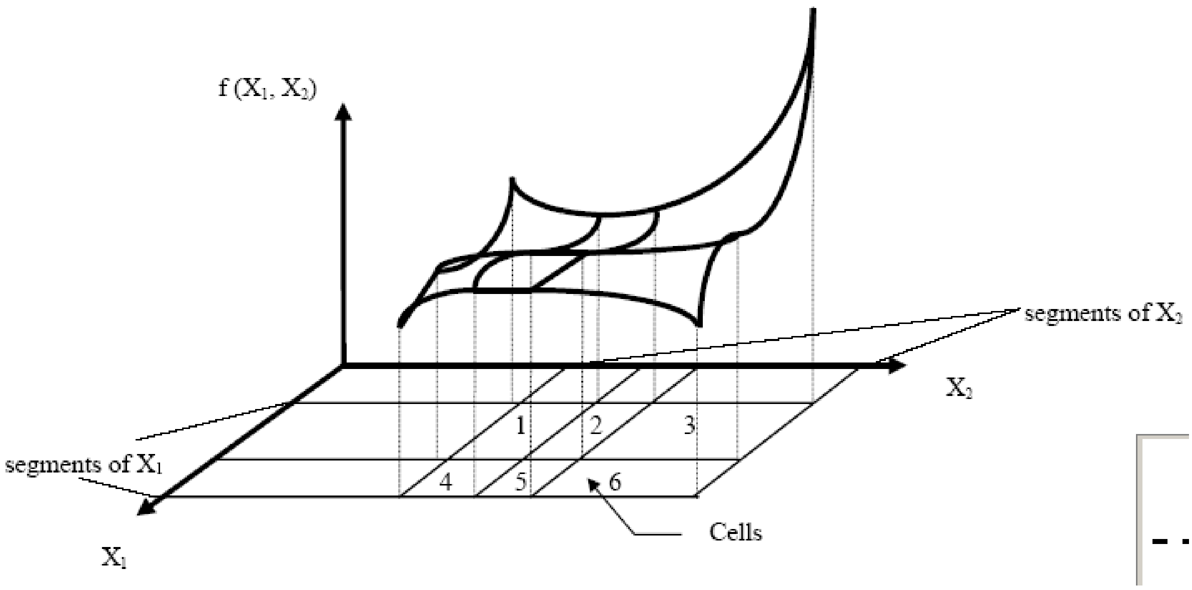


Figure 3-6 Correction à deux variables segmentées

A chaque élément de surface (désigné par « Cell ») correspond un ensemble de paramètre C_{ij} et H_x permettant d'approcher la surface réelle en minimisant le nombre total de paramètres à mémoriser.